

## मॉडल प्रश्न-पत्र-II

कक्षा – बारहवीं

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

निर्देश- 1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

- प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। इसमें चार खण्ड हैं। खण्ड (अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड (ब) में 10 प्रश्न रिक्त स्थानों की पूर्ति हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
- प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित है।
- प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित है।
- प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है।
- प्रश्न क्रमांक 24 और 25 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है।
- प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित है।
- कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

प्रश्न 1. खण्ड (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए—

(i) यदि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  और  $B = \{2, 4, 6\}$  हो तो  $A \cap B$  का मान होगा—

(अ)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  (ब)  $\{2, 4, 6\}$

(स)  $\{1, 3, 5\}$  (द)  $\{2, 4\}$

(ii) यदि फलन  $f(x) = 3x^2 - 4$  हो तो  $f(-1)$  का मान होगा—

(अ) -3 (ब) -1

(स) -4 (द) इसमें कोई नहीं

(iii) सम्मिश्र संख्या  $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$  का कोणांक होगा—

(अ)  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$  (ब)  $\tan^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$

(स)  $\tan^{-1}(5)$  (द)  $\tan^{-1}(2)$

(iv) यदि एक द्विघात समीकरण के मूलों का योग 5 तथा गुणनफल 10 हो तो वह समीकरण होगा—

(अ)  $x^2 - 5x + 10 = 0$  (ब)  $x^2 + 5x + 10 = 0$

(स)  $x^2 - 5x - 10 = 0$  (द)  $x^2 + 5x - 10 = 0$

- (v) समकोणिक अतिपरवलय की उत्केन्द्रता ( $e$ ) होती है—  
 (अ)  $e = 1$  (ब)  $e > 1$   
 (स)  $e < 1$  (द)  $e = \sqrt{2}$
- (vi) निम्न आंकड़ों 25, 40, 35, 24, 30, 15, 18, 48, 26 तथा 36 की माध्यिका होगी—  
 (अ) 30 (ब) 28  
 (स) 48 (द) इनमें से कोई नहीं
- (vii) यदि  $f(x) = 3x + 1$  है तो  $f \circ f(x)$  का मान होगा—  
 (अ)  $3x + 2$  (ब)  $5x + 4$   
 (स)  $9x + 4$  (द)  $3x + 4$
- (viii)  $\sec^{-1}(3) + \operatorname{cosec}^{-1}(3)$  का मान होगा—  
 (अ)  $\frac{\pi}{2}$  (ब)  $\frac{\pi}{3}$   
 (स)  $\frac{\pi}{4}$  (द)  $\frac{\pi}{6}$
- (ix) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} - 4y = e^x$  का समाकलन गुणांक है—  
 (अ)  $e^{4x}$  (ब)  $e^{-4x}$   
 (स)  $e^x$  (द)  $e^{4y}$
- (x) बिन्दुओं (2, -3, 5) तथा (3, 1, 2) को मिलाने वाली रेखा के दिक्-अनुपात होंगे—  
 (अ) -3, 1, 4 (ब) 5, -3, 2  
 (स) 1, 4, -3 (द) इनमें से कोई नहीं

**खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—**

- (i) यदि  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  हो तो  $\theta$  का व्यापक मान ..... होगा।
- (ii) दो संख्याएँ 6 तथा 24 का गुणोत्तर माध्य ..... होगा।
- (iii)  $(1 + x)^{-n}$  के प्रसार में पदों की संख्या ..... होगी।
- (iv) सरल रेखा  $4x + 3y = 7$  की प्रवणता ..... होगी।
- (v) एक पासा तथा सिक्का को एक साथ फेंका जाता है तो प्रतिदर्श समष्टि ..... होगा।
- (vi)  $\cos^{-1}(-x)$  का मान ..... होगा।
- (vii) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ..... होगा
- (viii)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$  का मान ..... होगा

(ix) यदि  $\bar{A} = 2i + j - 3k$  हो तो  $\bar{A} \times \bar{A}$  का मान ..... होगा।

(x) यदि  $\bar{A} = i + 2j + k$  और  $\bar{B} = 3i - 2j - k$  हो तो  $|\bar{A} + \bar{B}|$  का मान ..... होगा।

प्रश्न 2. मान ज्ञात कीजिए—

$$(1+i)^2 \left(1 + \frac{1}{i}\right)^2$$

प्रश्न 3. असमिका  $2x + y \leq 6$  का आलेख खींचिए।

प्रश्न 4. उन रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए जिनकी प्रवणताएँ 5 तथा  $\frac{2}{3}$  है।

प्रश्न 5. उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र  $(-2, 3)$  तथा त्रिज्या 4 है।

प्रश्न 6. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$  है तो  $O - A$  का मान ज्ञात कीजिए। (जहाँ  $O$  एक शून्य आव्यूह है)

प्रश्न 7. यदि  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$  हो तो  $x$  तथा  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8.  $\begin{vmatrix} 1 & \omega^3 & \omega^2 \\ \omega^3 & 1 & \omega \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि  $f(x) = 3x + 1$  तथा  $g(x) = x^2 + 2$  हो तो  $f \circ g$  तथा  $g \circ f$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न 11. यदि  $y = e^{(1+\log x)}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. बिन्दु  $(2, 3, 4)$  की  $x$ -अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. साधारण कथन किसे कहते हैं ? उदाहरण दीजिए।

प्रश्न 14. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  तथा  $B = \{x, y\}$  हो तो  $A \times B$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. ताश के 52 पत्तों में से 2 पत्ते खींचे जाते हैं तो उनमें से एक बादशाह तथा एक बेगम होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16. सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left( 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

प्रश्न 17. यदि  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$xy + yz + zx = 1$$

प्रश्न 18. यदि  $\vec{a} = 3i + 2j - 3k$  तथा  $\vec{b} = i + j - k$  हो तो लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19. असमीकरण निकाय को ग्राफ द्वारा हल कीजिए—

$$x + y \leq 40, x + 2y \leq 60, x \geq 0 \text{ तथा } y \geq 0$$

प्रश्न 20. किसी  $\triangle ABC$  में सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$$

अथवा

यदि  $A = \frac{\pi}{3}$  और  $B = \frac{\pi}{6}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

प्रश्न 21. एक गुणोत्तर श्रेणी का तीसरा पद 24 तथा 6 वाँ पद 192 है तो 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

अथवा

श्रेणी 4, 7, 10, ..... का कौन-सा पद 148 है।

प्रश्न 22. दीर्घवृत्त  $3x^2 + 4y^2 = 12$  की उत्केन्द्रता, नामियों के निर्देशांक, दीर्घ अक्ष तथा लघु अक्ष की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (0, 0), (1, 0) तथा (0, 1) से होकर जाता है।

प्रश्न 23. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5}$  तथा  $\frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$  समतलीय है।

अथवा

दो समतलों  $2x - y + z = 6$  तथा  $x + y + 2z = 7$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 24. निम्न सारणी से मानक विचलन ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	5	10	40	20	25

अथवा

निम्न सारणी से, माध्य से माध्य-विचलन ज्ञात कीजिए-

वर्ग	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
आवृत्ति	5	8	15	16	6

प्रश्न 25.  $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$y = x^{x^{x^{\dots \dots \dots \infty}}}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि-

$$x \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{1 - y \log x}$$

प्रश्न 26. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिए कि  $n$  के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

अथवा

$\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$  के प्रसार में 6 वाँ पद का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. समीकरण को हल कीजिए (आव्यूह विधि से)

$$\begin{aligned}x + y + z &= 4 \\2x - y + 2z &= 5 \\2x + y - z &= 1\end{aligned}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि-

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

-----x-----