

2019 (A)

गणित

द्वितीय पाली (Second Sitting)

समय : 3 घंटे + 15 मिनट]

[पूर्णांक : 100

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश : 2018 (A) प्रथम पाली का निर्देश देखें।

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

निम्नांकित बहुविकल्पीय प्रश्नों में से सही विकल्प चुनें।

50 × 1 = 50

1. निम्न में से कौन-सी अभाज्य संख्या है?
(A) 29 (B) 25 (C) 16 (D) 15
2. बिन्दु (4, 3) किस पाद में है?
(A) प्रथम पाद (B) द्वितीय पाद (C) तृतीय पाद (D) चतुर्थ पाद
3. एक लम्बवृत्तीय बेलन जिसकी त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है, का आयतन है
(A) $2\pi r^2 h$ (B) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (C) $4\pi r^2 h$ (D) $\pi r^2 h$
4. किसी त्रिभुज ABC में $\angle A = 90^\circ$, $BC = 13$ सेमी, $AB = 12$ सेमी तो AC का मान है
(A) 3 cm (B) 4 cm (C) 5 cm (D) 6 cm
5. द्विघात बहुपद $x^2 + 3x + 2$ के शून्यक हैं
(A) -1, -2 (B) 2, -2 (C) -1, 2 (D) 1, -2
6. एक पासे को फेंकने पर एक अभाज्य संख्या के आने की प्रायिकता क्या होगी?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{2}{3}$
7. $\operatorname{cosec} 45^\circ$ का मान है
(A) 2 (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{2}$
8. यदि समानान्तर चतुर्भुज की सभी भुजाएँ एक वृत्त को स्पर्श करें तो वह समानान्तर चतुर्भुज होगा
(A) आयत (B) वर्ग (C) समचतुर्भुज (D) समलम्ब चतुर्भुज
9. एक मीनार से 100 मीटर दूर स्थित बिन्दु पर मीनार का उन्नयन कोण 60° है, तो मीनार की ऊँचाई है
(A) $100\sqrt{3}$ m (B) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ m (C) $50\sqrt{3}$ m (D) $\frac{200}{\sqrt{3}}$ m
10. यदि दो चर में दो रैखिक समीकरणों के हल अनन्त हों, तो उनके आलेख होंगे
(A) दो समानान्तर रेखाएँ (B) दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ
(C) दो संपाती रेखाएँ (D) इनमें से कोई नहीं
11. निम्न में से कौन सा अपरिमेय नहीं है?
(A) $\sqrt{\frac{64}{81}}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{\frac{21}{35}}$ (D) $\sqrt{3}\sqrt{2}$
12. निम्न में से कौन $\cos \theta$ के बराबर है?
(A) $\sqrt{\sin^2 \theta - 1}$ (B) $\sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ (C) $\sqrt{1 + \sin^2 \theta}$ (D) $\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
13. यदि $p+1, 2p+1, 4p-1$ AP में हैं, तो p का मान है
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

14. $\tan^2 \theta - \sec^2 \theta$ का मान किसके बराबर है
 (A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) -1
15. k के किस मान के लिए समीकरण $kx^2 + 4x + 1 = 0$ के मूल वास्तविक तथा असमान हैं
 (A) $k < 4$ (B) $k > 4$ (C) $k = 4$ (D) $k \geq 4$
16. k के किस मान के लिए समीकरण निकाय $x + 2y = 3$ तथा $5x + ky = 15$ के अनन्त हल हैं
 (A) 5 (B) 10 (C) 6 (D) 2
17. किसी पूर्णांक m के लिए सम संख्या का रूप है
 (A) $m + 2$ (B) $2m + 1$ (C) $2m$ (D) $2m - 1$
18. यदि $\cos A = \frac{1}{2}$ हो, तो $1 - 2 \cos^2 A$ का मान है
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
19. किसी वृत्त की परिधि 462 सेमी है, तो इसकी त्रिज्या होगी
 (A) 73.5 cm (B) 72.5 cm (C) 65.5 cm (D) 74.5 cm
20. निम्नलिखित में किसका दशमलव प्रसार सांत है?
 (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{6}{15}$ (C) $\frac{29}{343}$ (D) $\frac{17}{1536}$
21. $\cot(90^\circ - \theta)$ बराबर है
 (A) $\operatorname{cosec} \theta$ (B) $\tan \theta$ (C) $\sec \theta$ (D) $\cos \theta$
22. यदि कोई रेखा वृत्त को सिर्फ एक बिन्दु पर स्पर्श करती है, तो वह रेखा कहलाती है
 (A) जीवा (B) स्पर्श रेखा (C) छेदक रेखा (D) इनमें से कोई नहीं
23. संचयी बारंबारता वक्र कहलाता है
 (A) तोरण (B) आयत चित्र (C) बारंबारता बहुभुज (D) इनमें से कोई नहीं
24. दो समानान्तर रेखाओं के बीच की दूरी 14 सेमी है। एक वृत्त दोनों रेखाओं को स्पर्श करता है, वृत्त की त्रिज्या निम्न में से कौन सी है?
 (A) 6 cm (B) 7 cm (C) 14 cm (D) इनमें से कोई नहीं
25. $\frac{1 + \cot^2 A}{1 + \tan^2 A}$ बराबर है
 (A) $\sin^2 A$ (B) $\cos^2 A$ (C) $\cot^2 A$ (D) $\tan^2 A$
26. यदि $15 \cot A = 8$ हो, तो $\sin A$ का मान होगा—
 (A) $\frac{15}{17}$ (B) $\frac{17}{15}$ (C) $\frac{15}{8}$ (D) $\frac{8}{17}$
27. एक शंकु का आयतन 1570 सेमी^3 है। यदि इसके आधार का क्षेत्रफल 314 सेमी^2 है, तो इसकी ऊँचाई है
 (A) 10 cm (B) 15 cm (C) 18 cm (D) 20 cm
28. दो वृत्तों के क्षेत्रफलों का अनुपात 4 : 1 है, तो उनकी त्रिज्याओं का अनुपात है
 (A) 4 : 1 (B) 2 : 1 (C) 1 : 2 (D) 1 : 4
29. किसी समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई 30 सेमी तथा 40 सेमी है, तो इसकी एक भुजा की लम्बाई है
 (A) 15 cm (B) 26 cm (C) 25 cm (D) 20 cm
30. $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$ का मान है
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

31. 3, 5, 4, 3, 2, 3, 1, 3 का बहुलक है
 (A) 1 (B) 5 (C) 4 (D) 3
32. किसी गोले का वक्रपृष्ठ $144\pi \text{ cm}^2$ है, तो उसकी त्रिज्या है
 (A) 6 cm (B) 8 cm (C) 12 cm (D) 10 cm
33. ΔABC में $DE \parallel BC$ एवं $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$, यदि $AE = 4.8$ सेमी. तो EC का मान है—
 (A) 2 cm (B) 2.5 cm (C) 8 cm (D) 32 cm
34. यदि किसी समान्तर श्रेणी का छठा और बारहवाँ पद 13 और 25 है, तो इसका पहला पद है—
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 5
35. TP तथा TQ किसी बाह्य बिन्दु T से एक वृत्त जिसका केन्द्र O है पर खींची गई दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle POQ = 120^\circ$, तो $\angle OTP$ का मान किसके बराबर है?
 (A) 40° (B) 30° (C) 50° (D) इनमें से कोई नहीं
36. किसी त्रिभुज ABC के दो शीर्ष $A(2, 3)$ तथा $B(1, -3)$ हैं एवं केन्द्रक $(3, 0)$ है, तो तीसरे शीर्ष C का नियामक है
 (A) $(5, 2)$ (B) $(1, 3)$ (C) $(6, 0)$ (D) $(2, -3)$
37. बिन्दुओं $(-2, 3)$ और $(4, 1)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु का नियामक है
 (A) $(1, 2)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(1, -2)$ (D) $(2, 2)$
38. प्रथम पाँच विषम संख्याओं का माध्य है
 (A) 6 (B) 4 (C) 5 (D) 8
39. किसी घटना की प्रायिकता का अधिकतम मान होता है
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2
40. एक असंभव घटना की प्रायिकता होती है
 (A) 0 (B) 1 (C) 0.5 (D) 1.5
41. कार्तीय तल में स्थित किसी बिन्दु $(3, -4)$ के कोटी का मान है
 (A) -4 (B) 3 (C) -1 (D) -7
42. $\operatorname{cosec}(90 - \theta) \sin(90 - \theta)$ किसके बराबर है?
 (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$
43. $3.\overline{27}$ है—
 (A) एक पूर्णांक (B) एक परिमेय संख्या
 (C) एक प्राकृत संख्या (D) एक अपरिमेय संख्या
44. रेखिक समीकरण युग्म $x + 3y - 4 = 0$ तथा $2x - 5y - 1 = 0$ है
 (A) अविरोधी (B) विरोधी (C) आश्रित (D) इनमें से कोई नहीं
45. यदि बहुपद $p(x) = x^2 - 2x - 6$ के शून्यक α, β हों, तो $\alpha\beta$ का मान है
 (A) 6 (B) -6 (C) 2 (D) -2
46. यदि एक अर्द्धवृत्त का परिमाण 72 cm है, तो इसकी त्रिज्या है $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ लें}\right)$
 (A) 14 cm (B) 21 cm (C) 35 cm (D) 42 cm
47. दो समरूप त्रिभुजों की दो संगत भुजाएँ 3 : 5 के अनुपात में हैं, तो इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात है
 (A) 9 : 25 (B) 3 : 5 (C) 27 : 125 (D) 9 : 8
48. यदि बहुपद $p(x) = x^2 - 2x - 6$ के शून्यक α, β हो, तो $\alpha\beta$ का मान है
 (A) 6 (B) -6 (C) 2 (D) -2

49. यदि बहुपद $x^2 + ax - b$ के मूल बराबर परन्तु विपरीत चिह्न के हों, तो a का मान है
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 0
50. बिन्दु (2, 3) की दूरी मूल बिन्दु से होगी
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 5 (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{7}$

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 1 से 25 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, इनमें से किन्हीं 15 प्रश्नों का उत्तर दें, प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं। 15 × 2 = 30

1. दो संख्याओं का म.स. 13 तथा ल.स. 182 है। यदि उनमें से एक संख्या 26 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात करें। 2
2. समीकरण युग्म $3x - 5y - 4 = 0$ और $9x = 2y + 7$ को विलोपन विधि से हल करें। 2
3. सिद्ध करें कि $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2 \sec A$ 2
4. किसी त्रिभुज PQR में दो बिन्दु S तथा T भुजाओं PQ तथा PR पर इस प्रकार हैं, कि $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ तथा $\angle PST = \angle PRQ$, तो सिद्ध करें कि ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है। 2
5. यूक्लिड विभाजकता प्रमेय का प्रयोग कर 963 तथा 657 का म.स. निकालें। 2
6. यदि बिन्दु $A(0, 2)$, बिन्दुओं $B(3, a)$ तथा $C(a, 5)$ से समदूरस्थ है, तो a का मान ज्ञात करें। 2
7. मान निकालें— $\frac{5\cos^2 60^\circ - 4\sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$ 2
8. द्विघात बहुपद $x^2 - 5x + 6$ के शून्यकों को ज्ञात करें। 2
9. एक तार जो वृत्ताकार है, की त्रिज्या 42 cm है। इसे मोड़कर एक वर्ग बनाया जाता है तो वर्ग के भुजा की लम्बाई ज्ञात करें। 2
10. जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए 4^n का मान अंक 0 पर समाप्त हो सकता है। 2
11. यदि $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$, जहाँ $2A$ एक न्यूनकोण है, तो A का मान ज्ञात करें। 2
12. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 सेमी तथा 3 सेमी है। बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई ज्ञात करें जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है। 2
13. बिन्दुओं $(4, -1)$ और $(-2, -3)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक निकालें। 2
14. समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ जहाँ $AB \parallel CD$ के विकर्ण एक दूसरे को O पर काटते हैं। यदि $AB = 2CD$, तो ΔAOB के क्षेत्रफल और ΔCOD के क्षेत्रफलों का अनुपात निकालें। 2
15. सिद्ध करें कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2
16. द्विघात समीकरण $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ को गुणनखंड विधि से हल करें। 2
17. ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC = 13$ सेमी है। यदि शीर्ष A से BC पर डाले गए लंब की लंबाई 5 सेमी हो तो BC की लंबाई की गणना करें। 2
18. एक लंबवृत्तीय शंकु की ऊँचाई 8.4 सेमी तथा आधार की त्रिज्या 2.1 सेमी है। उस गोले की त्रिज्या ज्ञात करें जिसका आयतन शंकु के आयतन के बराबर है। 2
19. एक पासे को एक बार फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता की गणना करें। 2
20. यदि बिन्दु $(x, 0)$, $(0, y)$ तथा $(1, 1)$ सरेखी हों, तो सिद्ध करें कि $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ 2

21. यदि निम्न बंटन का माध्य 6 है, तो p का मान ज्ञात करें।

2

x	2	4	6	10	$p + 5$
y	3	2	3	1	2

22. किसी ठोस घनाभ जिसकी विमाएँ 9 सेमी \times 11 सेमी \times 12 सेमी हैं, को पिघलाकर 3 सेमी व्यास वाले कितने गोले बनाए जा सकते हैं? 2
23. समांतर श्रेणी 3, 10, 17, 24, ... का कौन-सा पद उसके 13वें पद से 84 अधिक है? 2
24. अच्छी तरह से मिलाए गए ताश के पत्तों में से एक पत्ता यादृच्छया खींचा जाता है, तो इसके चिड़िया होने की प्रायिकता क्या है? 2
25. निम्न आँकड़ों की माध्य ज्ञात करें— 2

चर	2	4	3	7	8
बारंबारता	3	4	2	4	6

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

प्रश्न-संख्या 26 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इस कोटि के प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें। $4 \times 5 = 20$

26. किसी मीनार के आधार पहाड़ी की चोटी का उन्नयन कोण 60° है और पहाड़ी के आधार से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। यदि मीनार की ऊँचाई 50 मीटर हो, तो पहाड़ी की ऊँचाई ज्ञात करें। 5
27. सिद्ध करें कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनके संगत भुजों के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है। 5
28. ग्राफीय विधि से हल करें— $5x - y - 5 = 0$, $3x - y - 3 = 0$ 5
29. 4 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचीएँ जो परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों। 5
30. सिद्ध करें : $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\tan \theta}{1 + \cos \theta} = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ 5
31. एक भिन्न $\frac{1}{3}$ हो जाती है, जब उसके अंश से 1 घटाया जाता है और वह $\frac{1}{4}$ हो जाती है जब हर में 8 जोड़ दिया जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए। 5
32. एक पानी वाला ग्लास 45 सेमी, ऊँचाई वाले एक शंकु के एक छिन्नक के आकार का है। यदि दोनों वृत्ताकार सिरों की त्रिज्या 28 सेमी और 7 सेमी है, तो ग्लास की धारिता निकालें। 5
33. पानी से पूरी भरी हुई एक अर्द्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा $3\frac{4}{7}$ लीटर प्रति सेकंड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3 मीटर है, तो वह कितने समय में आधी खाली हो जाएगी? 5

उत्तर (Answers)

खण्ड-अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

- | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (A) | 2. (A) | 3. (D) | 4. (C) | 5. (A) | 6. (A) | 7. (C) |
| 8. (B) | 9. (A) | 10. (C) | 11. (A) | 12. (B) | 13. (B) | 14. (A) |
| 15. (A) | 16. (B) | 17. (C) | 18. (A) | 19. (A) | 20. (A) | 21. (B) |
| 22. (B) | 23. (A) | 24. (B) | 25. (C) | 26. (A) | 27. (B) | 28. (B) |
| 29. (C) | 30. (A) | 31. (D) | 32. (A) | 33. (C) | 34. (B) | 35. (B) |
| 36. (C) | 37. (A) | 38. (C) | 39. (B) | 40. (A) | 41. (A) | 42. (A) |
| 43. (B) | 44. (A) | 45. (C) | 46. (A) | 47. (A) | 48. (B) | 49. (D) |
| 50. (C) | | | | | | |

खंड-ब (गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. म.सं = 13, ल.सं = 182, एक संख्या = 26 तो दूसरी संख्या = ?

$$\text{दूसरी संख्या} = \frac{\text{म.सं} \times \text{ल.सं}}{\text{पहली संख्या}} = \frac{13 \times 182}{26} = 91 \text{ Ans.}$$

2. $3x - 5y = 4$... (i)

$9x - 2y = 7$... (ii)

समीकरण (i) में 3 से गुणा कर घटाने पर,

$$9x - 15y = 12$$

$$9x - 2y = 7$$

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline \end{array}$$

$$-13y = 5 \therefore y = \frac{5}{-13}$$

समीकरण (i) में y का मान रखने पर,

$$3x - 5y = 4 \Rightarrow 3x - \frac{5 \times 5}{-13} = 4 \Rightarrow 3x = 4 - \frac{25}{13}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{52 - 25}{13} \Rightarrow 3x = \frac{27}{13} \Rightarrow 39x = 27 \therefore x = \frac{27}{39} = \frac{9}{13}$$

3. उत्तर के लिए 2012 (A) के प्रश्न-संख्या 39 देखें।

4. दिया है कि $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$

अतः $ST \parallel OR$ (प्रमेय से)

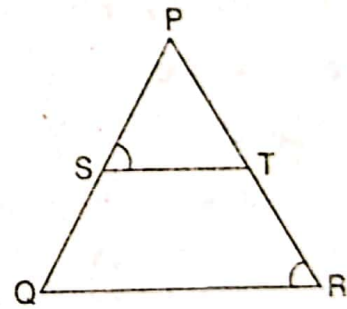
$$\therefore \angle PST = \angle PQR \text{ (संगत कोण)} \dots (i)$$

$$\text{साथ ही यह दिया है कि } \angle PST = \angle PRQ \dots (ii)$$

अतः $\angle PRQ = \angle PQR$ [∵ समीकरण (i) और (ii) से]

$$\therefore PQ = PR \text{ (समान कोण की सम्मुख भुजा)}$$

अर्थात् ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



5. प्रथम चरण : $657 \times 1 + 306$

दूसरा चरण : $306 \times 2 + 45$

तीसरा चरण : $45 \times 6 + 36$

चौथा चरण : $36 \times 1 + 9$

पाँचवा चरण : $9 \times 4 + 0$

$$\therefore 657 \text{ और } 963 \text{ का म.सं.} = 9 \text{ Ans.}$$

$$657 \overline{) 963} \begin{array}{r} 1 \\ \underline{657} \\ 306 \end{array}$$

$$306 \overline{) 657} \begin{array}{r} 2 \\ \underline{612} \\ 45 \end{array}$$

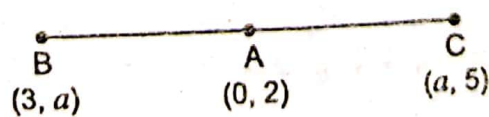
$$45 \overline{) 306} \begin{array}{r} 6 \\ \underline{270} \\ 36 \end{array}$$

$$36 \overline{) 45} \begin{array}{r} 1 \\ \underline{36} \\ 9 \end{array}$$

$$9 \overline{) 36} \begin{array}{r} 4 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{36}{0}$$

6.



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (2 - a)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (2)^2 - 2 \cdot 2 \cdot a + a^2} = \sqrt{9 + 4 - 4a + a^2} = \sqrt{13 - 4a + a^2}$$

$$AC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(a - 0)^2 + (5 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{(a-0)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{a^2 + (3)^2} = \sqrt{a^2 + 9}$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\text{या, } \sqrt{13 - 4 \cdot a + a^2} = \sqrt{a^2 + 9}$$

वर्ग करने पर,

$$13 - 4a + a^2 = a^2 + 9 \quad \text{या, } 13 - 4a + a^2 - a^2 - 9 = 0$$

$$\text{या, } 4 - 4a = 0 \quad \text{या, } 4 = 4a \quad \text{या, } \frac{4}{4} = a \therefore a = 1 \text{ Ans.}$$

$$7. \frac{5 \cos^2 60 + 4 \sec^2 30}{\sin^2 30 + \cos^2 30} = \frac{5 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - (1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{4}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{15 + 64 - 12}{4} = \frac{79 - 12}{4} = \frac{67}{4} \text{ Ans.}$$

$$8. \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \therefore x = 3, x = 2$$

$$9. \text{ वृत्त की परिधि} = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 42 = 264 \text{ cm}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 264 \text{ cm}^2$$

$$\text{वर्ग की भुजा} = \sqrt{264} = 2\sqrt{66} \text{ cm Ans.}$$

10. $4^n = (2 \times 2)^n$ यहाँ अभाज्य गुणखण्ड 2×2 है। किसी संख्या का अंत शून्य में होगा तो वह 5 से विभाज्य होगी। अर्थात् 4^n के गुणखण्ड में अभाज्य संख्या 5 होनी चाहिए किन्तु ऐसा नहीं है। साथ ही अंकगणित के आधारभूत प्रमेय से 4^n का दूसरा अभाज्य गुणखण्ड नहीं हो सकता। अतः 4^n के अभाज्य गुणखण्ड में केवल 2 है। इसलिए 4^n अंक 0 पर समाप्त नहीं हो सकता।

$$11. \quad \tan 2A = \cot(A - 18)$$

$$\Rightarrow \cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18) \Rightarrow 90^\circ - 2A = A - 18$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 18 = A + 2A \Rightarrow 108^\circ = 3A \Rightarrow \frac{108^\circ}{3} = A$$

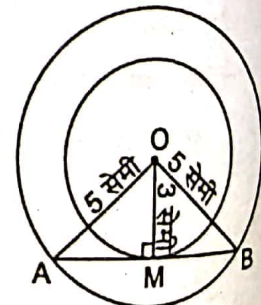
$$\therefore A = 36^\circ \text{ Ans.}$$

$$12. \Delta OMA \text{ में } AM^2 = OA^2 - OM^2$$

$$= (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\therefore AM = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore AB = AM + BM = 4 + 4 = 8 \text{ cm Ans.}$$



$$13. \quad \begin{array}{ccccccc} & \bullet & & \bullet & & \bullet & \\ & A & & P & & Q & \\ & (4, -1) & & (x, y) & & (l, m) & \\ & & & & & & \bullet \\ & & & & & & B \\ & & & & & & (-2, -3) \end{array}$$

P के लिए $m = 1, n = 2$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} = \frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1+2} = \frac{-2+8}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{1 \times (-3) + 2 \times (-1)}{1+2} = \frac{-3-2}{3} = \frac{-5}{3}$$

P का क्रियामक $\left(2, \frac{-5}{3}\right)$

Q के लिए $m=2, n=1$

$$\therefore l = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} = \frac{2 \times (-2) + 1 \times 4}{2+1} = \frac{4+4}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$m = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{2 \times (-3) + 1 \times (-1)}{2+1} = \frac{-6-1}{3} = \frac{-7}{3}$$

Q का नियामक $\left(0, \frac{-7}{3}\right)$ Ans.

14. $\triangle AOB$ एवं $\triangle COD$ में,

$\angle AOB = \angle COD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle OCD = \angle OAB$ (एकांतर कोण)

A-A समरूपता से,

$\triangle AOB \sim \triangle COD$

$$\therefore \frac{\text{ar}(\triangle AOB)}{\text{ar}(\triangle COD)} = \frac{AB^2}{CD^2}$$

(दो समरूप त्रिभुज का क्षेत्रफल संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है)

$$\frac{\text{ar}(\triangle AOB)}{\text{ar}(\triangle COD)} = \frac{AB^2}{CD^2} = \frac{(2CD)^2}{CD^2} = \frac{4CD^2}{CD^2} = \frac{4}{1}$$

अतः $\text{ar}(\triangle AOB) : \text{ar}(\triangle COD) = 4 : 1$ Ans.

15. उत्तर के लिए 2012 (A) का प्रश्न-संख्या 33 देखें।

$$16. \quad 3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}x^2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}x + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{अर्थात् } \sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0 \text{ या } \sqrt{3}x - \sqrt{2} = 0$$

$$\text{अर्थात् } \sqrt{3}x = \sqrt{2} \text{ या } \sqrt{3}x = \sqrt{2} \therefore x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ या } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ है।}$$

$$17. \triangle ADB \text{ में, } BD^2 = AB^2 - AD^2$$

$$= (13)^2 - (5)^2 = 169 - 25 = 144$$

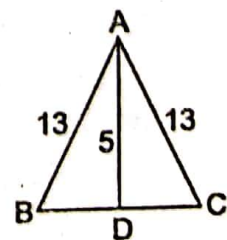
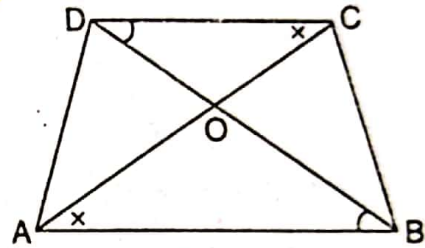
$$\therefore BD = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore BD = DC = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore BC = BD + DC = 12 + 12 = 24 \text{ cm Ans.}$$

18. गोला का आयतन = शंकु का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



$$\text{या, } \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 8$$

$$\text{या, } 4r^3 = 2.1 \times 2.1 \times 8.4 \quad \text{या, } r^3 = \frac{2.1 \times 2.1 \times 8.4}{4}$$

$$\text{या, } r^3 = (2.1)^3 \quad \therefore r = 2.1 \text{ Ans.}$$

19. पासा को फेंकने पर, 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$\text{सम संख्या की प्रायिकता} = \frac{\text{सम संख्या की संख्या}}{\text{अभिप्रयोग की कुल संख्या}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

20. हम यह सिद्ध करेंगे कि यदि तीनों बिन्दुओं से बना हुआ त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0

$$\text{तो } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

$$\text{यहाँ } (x_1, y_1) = (a, 0), (x_2, y_2) = (0, b) \text{ तथा } (x_3, y_3) = (1, 1).$$

\therefore इन बिन्दुओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [a(b - 1) + 0(1 - 0) + 1(0 - b)] = \frac{1}{2} [ab - a + 0 - b] = \frac{1}{2} [ab - a - b].$$

यदि तीनों बिन्दु सरिखी हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल अवश्य 0 (शून्य) होना चाहिए,

$$\text{अर्थात् } \frac{1}{2} [ab - a - b] = 0 \text{ या, } ab - a - b = 0 \text{ या, } a + b = ab$$

$$\text{या, } \frac{a}{ab} + \frac{b}{ab} = 1 \quad \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

$$21. \quad \bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{6 + 8 + 18 + 10 + 2p + 10}{11}$$

$$\text{या, } 6 = \frac{42 + 2p}{11} \quad \text{या, } 66 - 42 = 2p \quad \therefore p = \frac{24}{2} = 12 \text{ Ans.}$$

$$22. \text{ गोली की संख्या} = \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{एक गोले का आयतन}}$$

$$= \frac{l \times b \times h}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{9 \times 11 \times 12}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{9 \times 11 \times 12 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2}{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 3} = 84 \text{ Ans.}$$

$$23. a = 3, d = a_2 - a_1 = 10 - 3 = 7$$

$$13\text{वाँ पद} = a + 12d$$

$$a + (n - 1)d = a + 12d + 84$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1)7 = 3 + 12 \cdot 7 + 84$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1)7 = 3 + 84 + 84 \Rightarrow 3 + 7n - 7 = 171$$

$$\Rightarrow 4 + 7n = 171 \Rightarrow 7n = 171 + 4 \Rightarrow 7n = 175$$

$$\Rightarrow n = \frac{175}{7} \quad \therefore n = 25 \text{ Ans.}$$

24. कुल पत्ता = 52

चिड़िया होने की प्रायिकता = $\frac{\text{चिड़िया होने की संख्या}}{\text{अभिप्रयोग की कुल संख्या}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ Ans.

25. माध्य = $\frac{2 \times 3 + 4 \times 4 + 3 \times 2 + 7 \times 4 + 8 \times 6}{3 + 4 + 2 + 4 + 6}$
 $= \frac{6 + 16 + 6 + 28 + 48}{19} = \frac{104}{19} = 98.315$ Ans.

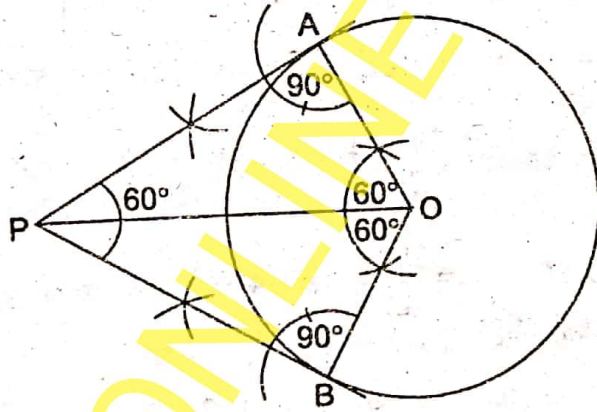
26. उत्तर के लिए 2016 (A) (द्वितीय पाली) का प्रश्न-संख्या 45 (अथवा) देखें।

27. उत्तर के लिए 2015 (A) (प्रथम पाली) का प्रश्न-संख्या 46 (अथवा) देखें।

28. उत्तर के लिए 2015 (A) (प्रथम पाली) का प्रश्न-संख्या 44 देखें।

29. दिया हुआ है : 4 सेमी त्रिज्या का O केन्द्रीय एक वृत्त।

अभीष्ट.: इस वृत्त के दो स्पर्शरेखाओं की जिनके बीच का कोण 60° है।
रचना के चरण :



- (i) 4 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा गया है। वृत्त का केन्द्र O है। PO के O बिन्दु पर ऊपर और नीचे $60^\circ-60^\circ$ का कोण बनाया जाता है।
(ii) OA और OB को मिलाने पर ये वृत्त को A और B पर प्रतिच्छेद करती है।
(iii) $\angle OAP$ और $\angle OBP = 90^\circ$ का बनाया। दोनों रेखाएँ AP और BP, OP से मिलती है।
(iv) PA और PB वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं तथा $\angle APB = 60^\circ$.

30. L.H.S. = $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\tan \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{1 + \cos \theta}$
 $= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta (1 + \cos \theta)}$
 $= \frac{\sin \theta \cos \theta (1 + \cos \theta) + \sin \theta (1 - \cos \theta)}{\cos \theta (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}$
 $= \frac{\sin \theta \cos \theta + \sin \theta \cos^2 \theta + \sin \theta - \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta (1 - \cos^2 \theta)}$
 $= \frac{\sin \theta \cos^2 \theta + \sin \theta}{\cos \theta \sin^2 \theta} = \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{\cos \theta \cdot \sin^2 \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta \cdot \sin^2 \theta}$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta \cdot \sin \theta} = \cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \cot \theta + \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \text{R.H.S. Proved.}$$

31. माना कि भिन्न $\frac{x}{y}$ है।

प्रश्न के अनुसार, $\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$... (i) और $\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$... (ii)

समीकरण (i) से, $3(x-1) = y$ या, $3x-3 = y$ या, $3x-y = 3$... (iii)

समीकरण (ii) से, $4x = y+8$ या, $4x-y = 8$... (iv)

अब समीकरण (iii) को (iv) में से घटाने पर, $x = 5$.

फिर समीकरण (iii) में $x = 5$ रखने से, $3 \times 5 - y = 3 \therefore y = 15 - 3 = 12$.

अतः अभीष्ट भिन्न $= \frac{x}{y} = \frac{5}{12}$ Ans.

32. उत्तर के लिए 2015 (A) (प्रथम पाली) का प्रश्न-संख्या 43 देखें।

33. अर्द्धगोलाकार टंकी का व्यास = 3 मीटर, अर्द्धगोलाकार टंकी की त्रिज्या $= \frac{3}{2}$ m.

$$\text{अर्द्धगोलाकार टंकी का आयतन} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{297}{42} = 7.0714 \text{ मी}^3$$

$\therefore 1$ घन मीटर = 1000 लीटर

$\therefore 7.0714$ घन लीटर = $1000 \times 7.0714 = 7070.42$ लीटर

$\therefore 1$ सेकेण्ड में $\frac{25}{7}$ लीटर पानी निकलता है।

$\therefore \frac{7071.42}{2}$ लीटर पानी को निकलने में लगा समय

$$= \frac{7071.42}{2 \times \frac{25}{7}} = \frac{7071.42 \times 7}{50} = 989.88 \text{ सेकेण्ड}$$

$$= \frac{989.99}{60} = 16.499 \text{ मिनट Ans.}$$

□