

Total Pages : 8

KN-206

B.Sc. (Part-II) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

(Differential Equation)

[Paper : Second]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : Attempt **all five** questions. **Two** parts from each unit are **compulsory**. All questions carry **equal** marks.

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Unit - I / इकाई - I

1. (a) Find the series solution of the differential equation :

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + (1 - x^2)y = 0$$

अवकल समीकरण

$$2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + (1 - x^2)y = 0 \text{ का श्रेणी हल}$$

ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that :

$$2n J_n(x) = x [J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)]$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$2n J_n(x) = x [J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)]$$

- (c) Find the eigenvalues and eigenfunctions of the Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, y(0) = 0 \text{ and } y(\pi) = 0$$

स्टर्म-लिओविली समस्या

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, y(0) = 0 \text{ और } y(\pi) = 0$$

के अभिलाक्षणिक मान और अभिलाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए।

Unit - II / इकाई - II

2. (a) Find the value of $L(t)$.

$L(t)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the value of $L\{e^{-t}(3\sin 2t - 5\cos 2t)\}$.

$L\{e^{-t}(3\sin 2t - 5\cos 2t)\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (c) Write and prove Convolution theorem.

संवलन प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

Unit - III / इकाई - III

3. (a) Solve :

$$p + q = x + y + z$$

हल कीजिए :

$$p + q = x + y + z$$

(b) Solve :

$$p(1 + q^2) = q(z - a)$$

हल कीजिए :

$$p(1 + q^2) = q(z - a)$$

(c) Solve by Charpit's method :

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

Unit - IV / इकाई - IV

4. (a) Solve :

$$p + r + s = 1$$

हल कीजिए :

$$p + r + s = 1$$

- (b) Classify and reduce the equation $r + 2s + t = 0$ to canonical form.

समीकरण $r + 2s + t = 0$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिए।

- (c) Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

Unit - V / इकाई - V

5. (a) Test for extremum the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx$$

$$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\text{फलनक } I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx$$

$y(0) = 0, y = \left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ के चरम मान का परीक्षण

कीजिए।

- (b) Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.

परवलय $y = x^2$ तथा सरल रेखा $x - y = 5$ के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

- (c) Show that the shortest curve joining two fixed points in a plane is a straight line.

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में दो बिन्दुओं के मध्य की लघुत्तम दूरी एक सरल रेखा होती है।

----X----