

Total Pages : 8

KN-175

B.Sc. (Part-I) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

(Calculus)

[Paper : Second]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 18

Note : Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

प्रत्येक प्रश्न के किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

UNIT-I / इकाई-I

[5×2=10]

1. (a) Let f, g, h be function such that

$$h(x) \leq f(x) \leq g(x) \text{ for every } x \neq x_0 .$$

KN-175/1000

(1)

[P.T.O.]

Let $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell$. Then

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

माना कि फलन f, g, h इस प्रकार हैं कि

$h(x) \leq f(x) \leq g(x)$ प्रत्येक $x \neq x_0$ के लिए माना

$$\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell \quad \text{तब}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

(b) If $p^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$ then prove that

$$p + \frac{d^2 p}{d\theta^2} = \frac{a^2 b^2}{p^3}$$

यदि $p^2 = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta$ तब सिद्ध कीजिए कि

$$p + \frac{d^2 p}{d\theta^2} = \frac{a^2 b^2}{p^3}$$

(c) Prove that :

$$\log \cosh t = \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{12} + \frac{t^6}{45} - \dots$$

सिद्ध कीजिए :

$$\log \cosh t = \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{12} + \frac{t^6}{45} - \dots$$

UNIT-II / इकाई-II

[5×2=10]

2. (a) If the straight line $y = mx + c$ is an asymptote to any curve $y = f(x)$, then prove that

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$$

यदि सरल रेखा $y = mx + c$ किसी वक्र $y = f(x)$ की अनन्तस्पर्शी हो तब सिद्ध कीजिए कि

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx}$$

- (b) Find the point of inflexion on the curve $x^2y = a^2(x - y)$.

वक्र $x^2y = a^2(x - y)$ पर नति-परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

- (c) Trace the curve $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

वक्र $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ का अनुरेखण कीजिए।

UNIT-III / इकाई-III

[5×2=10]

3. (a) Find the value of $\int \sin^5 x \cos^4 x dx$

$\int \sin^5 x \cos^4 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$$

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$$

- (c) Find the surface area of the solid generated by the revolution of the curve $r = 2a \cos \theta$ about the initial line .

वक्र $r = 2a \cos \theta$ को प्रारम्भिक रेखा के पारितः परिभ्रमण से जनित ठोस का पृष्ठ भाग ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

[5×2=10]

4. (a) Find the differential equation of family of circle which touches X -axis at origin.

मूल बिन्दु पर X -अक्ष को स्पर्श करने वाले वृत्त-कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) Solve :

$$y = 2px + p^2$$

हल कीजिए :

$$y = 2px + p^2$$

- (c) Solve :

$$(D^2 + 1)y = \sec x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + 1)y = \sec x$$

UNIT-V / इकाई-V

[5×2=10]

5. (a) Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

(b) Solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 - 1)y = \frac{2}{1 + e^x}$$

प्राचल-विचरण विधि से हल कीजिए :

$$(D^2 - 1)y = \frac{2}{1 + e^x}$$

(c) Solve :

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{z+x} = \frac{dz}{x+y}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{z+x} = \frac{dz}{x+y}$$

-----X-----