

ન્યૂટનનો ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ

‘વિશ્વમાંનો દરેક પદાર્થ બીજા દરેક પદાર્થ પર આકર્ષી બળ લગાડે છે, જેનું મૂલ્ય તેમના દળોના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે તથા આ બળની દિશા બંને પદાર્થોને જોડતી રેખા પર હોય છે.’

- એકબીજાથી r અંતરે રહેલા m_1 અને m_2 દળવાળા બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય,

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \text{ (વ્યસ્ત વર્ગના નિયમને અનુસરે છે.)}$$

જ્યાં G = ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક

જેનું મૂલ્ય $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, પારિમાણિક સૂત્ર $M^{-1}L^3T^{-2}$ છે.

- ‘ G ’ ની વ્યાખ્યા : એકબીજાથી એકમ અંતરે રહેલા એકમ દળવાળા પદાર્થો વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષણ બળને ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક કહે છે.

ગુરુત્વાકર્ષીબળ સદિશ સ્વરૂપે :

m_1 દળના પદાર્થ પર m_2 દળવાળા પદાર્થ વડે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ,

$$\vec{F}_{12} = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

જ્યાં $\hat{r}_{12}$ એ $\vec{F}_{12}$ ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે. તેવી જ રીતે, m_2 દળના પદાર્થ પર m_1 દળના પદાર્થ વડે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષીબળ,

$$\vec{F}_{21} = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{21} \text{ અથવા } \vec{F}_{21} = \frac{-G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

જ્યાં $\hat{r}_{21}$ એ $\vec{F}_{21}$ ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

અહીં $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ તથા $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$

- ગુરુત્વાકર્ષણ બળની મુખ્ય લાક્ષણિકતાઓ :

- પદાર્થના દળને કારણે ઉદ્ભવે છે.
- હંમેશાં આકર્ષી પ્રકારના હોય છે.
- આ બળ બે પદાર્થો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધારિત નથી.
- ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ પરસ્પર ક્રિયાગત બળ છે.
- ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ કેન્દ્રિય બળ છે.
- ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ સંરક્ષી બળ છે. એટલે કે તેના દ્વારા પદાર્થ પર થતું કાર્ય લીધેલા માર્ગ પર આધારિત નથી પરંતુ માત્ર પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થાન પર આધારિત છે. અથવા તેના દ્વારા બંધ માર્ગ પર થતું કાર્ય શૂન્ય હોય છે.
- બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ પર ત્રીજા પદાર્થની હાજરીની અસર થતી નથી. (two body force)
- સમાન ઘનતાવાળા પોલા ગોળાકાર કવચ વડે કવચની બહાર આવેલા બિંદુવત્ કણ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ જાણે કે કવચનું કુલ દળ તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયું હોય તેમ ગણીને મળતા બળ જેટલું હોય છે.
- સમાન ઘનતાવાળા પોલા ગોળાકાર કવચ વડે કવચની અંદરના કોઈ પણ બિંદુએ આવેલ કણ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ શૂન્ય હોય છે.

- (1) 2 kg જેટલું સમાન દળ ધરાવતા બે ગોળાઓનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 20 cm છે. તો તેમની વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય N. ($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$)
 (A) 6.67×10^{-9} (B) 6.67×10^{-11} (C) 6.67×10^{-7} (D) 6.67×10^{-5}
- (2) m દળ અને r ત્રિજ્યાવાળા ત્રણ સમાન ગોળાઓ એકબીજાને અડકે તેમ સમક્ષિતિજ સપાટી પર ગોઠવ્યા છે, તો કોઈ એક ગોળા પર બાકીના બે ગોળાઓ વડે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય
 (A) $\frac{Gm^2}{r^2}$ (B) $\frac{Gm^2}{4r^2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}Gm^2}{4r^2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{4r^2}$
- (3) l બાજુવાળા ચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે સમાન દળ m ધરાવતા ત્રણ મૂકેલા છે. ચોથા શિરોબિંદુ પર મૂકેલ એકમ દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય
 (A) $\frac{Gm}{3l^2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}Gm}{l^2}$ (C) $\frac{Gm}{l^2} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$ (D) $\frac{3Gm}{l^2}$
- (4) સમાન R ત્રિજ્યાના પિત્તળના બે ગોળાઓ એકબીજાને અડકે તે રીતે મૂકેલા છે. તેમની વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ ના સમપ્રમાણમાં હોય.
 (A) R^2 (B) R^{-4} (C) R^3 (D) R^4
- (5) એકબીજાથી 1 m અંતરે રહેલા બે બિંદુવત્ કણો A અને B ના દળોનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે. જ્યારે M દળ ધરાવતા ત્રીજા કણ C ને A અને B વચ્ચે મૂકવામાં આવે ત્યારે A અને C વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ B અને C વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા $\frac{1}{5}$ ગણું છે, તો કણ C નું કણ A થી અંતર હોય.
 (A) $\frac{2}{3} \text{ m}$ (B) $\frac{2}{7} \text{ m}$ (C) $\frac{1}{3} \text{ m}$ (D) $\frac{2}{5} \text{ m}$
- (6) m_1 અને m_2 દળ ધરાવતા બે કણ વચ્ચે r અંતરે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ (મૂલ્ય) F છે, તો તેમની વચ્ચેના અંતરમાં કરતા તેમની વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ 2F થાય.
 (A) 29.3 % જેટલો ઘટાડો (B) 29.3 % જેટલો વધારો (C) 50 % જેટલો ઘટાડો (D) 25 % જેટલો ઘટાડો
- (7) પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ એક m દળના પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ દરિયાની સપાટી પર તે પદાર્થ પર લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા $\frac{1}{3}$ ગણું હોય તો $\frac{h}{R} = \dots\dots$
 જ્યાં R = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા
 (A) 0.414 (B) 0.732 (C) 0.500 (D) 0.314
- (8) પૃથ્વી અને ચંદ્રનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર r છે. પૃથ્વીનું દળ એ ચંદ્રના દળ કરતા 81 ગણું વધારે છે. તો પૃથ્વી અને ચંદ્રનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખા પર પૃથ્વીના કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે કોઈ પદાર્થ પર લાગતું પરિણામી ગુરુત્વાકર્ષીબળ શૂન્ય થાય ?
 (A) $0.9 r$ (B) $0.7 r$ (C) $0.5 r$ (D) $0.25 r$
- (9) l બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે ત્રણ સમાન દળ (M) ધરાવતા કણ મૂક્યા છે. તો કોઈ એક બાજુના મધ્યબિંદુ પર મૂકેલ m દળના કણ પર ત્રણ કણોના તંત્ર વડે લાગતું પરિણામી ગુરુત્વાકર્ષી બળ થાય.
 (A) $\frac{3GMm}{4l^2}$ (B) $\frac{4GMm}{3l^2}$ (C) $\frac{GMm}{4l^2}$ (D) $\frac{4GMm}{l^2}$
- (10) એક M દળના પદાર્થના m અને (M – m) દળના એમ બે ટુકડા કરવામાં આવે છે. જો આપેલા અંતર માટે બે ટુકડાઓ વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ મહત્તમ હોય તો $\frac{m}{M} = \dots\dots$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$

- (11) હવામાં એકબીજાથી r અંતરે રાખેલા m અને M દળના બે ગોળાઓ વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ F છે. હવે આ જ ગોળાઓને 5 જેટલું વિશિષ્ટ ગુરુત્વ (Specific gravity) ધરાવતા પ્રવાહીમાં r અંતરે મૂકતા લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ
- (A) $5F$ (B) $\frac{F}{5}$ (C) F (D) $\frac{F}{25}$
- (12) R ત્રિજ્યાની પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા 1 kg દળવાળા પદાર્થ પર ગુરુત્વબળ 10 N છે, તો 100 kg દળવાળો ઉપગ્રહ જે પૃથ્વીના કેન્દ્રથી સરેરાશ $\frac{3}{2}R$ અંતરે રહેલી કક્ષામાં ભ્રમણ કરતો હોય તો તેના પર લાગતું ગુરુત્વબળ =
- (A) $4.44 \times 10^2 \text{ N}$ (B) $6.66 \times 10^2 \text{ N}$ (C) 500 N (D) $3.33 \times 10^2 \text{ N}$
- (13) પૃથ્વીની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહ પર લાગતું કેન્દ્રગામી બળ F તથા પૃથ્વીને કારણે ઉપગ્રહ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ પણ F છે, તો ઉપગ્રહ પર લાગતું પરિણામી બળ
- (A) F (B) $2F$ (C) શૂન્ય (D) $\sqrt{2}F$
- (14) બે સમાન દળ m ધરાવતા કણ તેમની વચ્ચે લાગતા માત્ર પારસ્પરિક ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર માર્ગમાં ભ્રમણ કરે છે, તો દરેક કણની ઝડપ
- (A) $\sqrt{\frac{Gm}{2R}}$ (B) $\sqrt{\frac{4Gm}{R}}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Gm}{R}}$ (D) $\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{1}{Gm}}$
- (15) ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ પ્રકારનું બળ છે.
- (A) સંરક્ષી (B) અસંરક્ષી (C) સ્થિત વિદ્યુતીય (D) અપાકર્ષી

જવાબો : 1 (A), 2 (D), 3 (C), 4 (D), 5 (A), 6 (A), 7 (B), 8 (A), 9 (B), 10 (A), 11 (C), 12 (A), 13 (A), 14 (C), 15 (A)

ગુરુત્વ પ્રવેગ

‘પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી બળને લીધે પદાર્થમાં ઉદ્ભવતા પ્રવેગને ગુરુત્વપ્રવેગ (g) કહે છે.’

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r ; ($r > R_e$) અંતરે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય,

$$g = \frac{GM_e}{r^2} ; \quad \text{જ્યાં} \quad M_e = \text{પૃથ્વીનું દળ, } R_e = \text{પૃથ્વીની ત્રિજ્યા}$$

પૃથ્વીની સપાટી પર $r = R_e$

$$\therefore g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

- ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પદાર્થના દળ, આકાર અને કદ પર આધારિત નથી, પરંતુ પૃથ્વીના દળ અને પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ પર આધારિત છે.
- પૃથ્વીની સપાટી પર ‘ g ’ નું મૂલ્ય 9.8 ms^{-2} છે.
- ‘ g ’ એ સદિશ રાશિ છે. તેની દિશા હંમેશાં પૃથ્વીના કેન્દ્ર તરફ હોય છે.

ગુરુત્વપ્રવેગ (g) ના મૂલ્યમાં ફેરફાર

(1) પૃથ્વીના આકારને લીધે :

પૃથ્વી સંપૂર્ણ ગોળાકાર નથી. વિષવવૃત્ત પાસે સહેજ ઉપસેલી છે અને ધ્રુવો પાસે સહેજ ચપટી છે.

પૃથ્વીની વિષવવૃત્ત પાસેની ત્રિજ્યા એ ધ્રુવો પાસેની ત્રિજ્યા કરતા લગભગ 21 km જેટલી વધારે છે.

$$\therefore g_{\text{ધ્રુવ}} > g_{\text{વિષવવૃત્ત}} \quad (\text{આશરે } 0.018 \text{ ms}^{-2} \text{ જેટલું વધારે છે.})$$

(2) ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં ઊંચાઈ સાથે ફેરફાર :

પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ,

$$g(h) = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

અથવા $g(h) = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^2}$ (કોઈ પણ ઊંચાઈ માટે)

અથવા $g(h) = g \left(1 - \frac{2h}{R_e}\right)$ ($h \ll R_e$ માટે)

$h \ll R_e$ માટે,

નિરપેક્ષ ઘટાડો, $\Delta g = g - g(h) = \frac{2hg}{R_e}$

આંશિક ઘટાડો, $\frac{\Delta g}{g} = \frac{g - g(h)}{g} = \frac{2h}{R_e}$

પ્રતિશત ઘટાડો, $\frac{\Delta g}{g} \times 100 \% = \frac{2h}{R_e} \times 100 \%$

$\therefore$ પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ m દળના પદાર્થના વજનમાં ઘટાડો = $\frac{2mgh}{R_e}$

(3) ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં ઊંડાઈ સાથે ફેરફાર :

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r ($r < R_e$) અંતરે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય

$g' = \frac{4}{3}\pi G \rho r$ જ્યાં ρ = પૃથ્વીની નિયમિત ઘનતા

પૃથ્વીની સપાટી પર $r = R_e$

$\therefore g = \frac{4}{3}\pi G R_e \rho$

● પૃથ્વીની સપાટીથી d ઊંડાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ, (પૃથ્વીના કેન્દ્રથી $r < R_e$ અંતરે)

$g' = g \left(1 - \frac{d}{R_e}\right)$

પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર $d = R_e$

$\therefore g' = g \left(1 - \frac{R_e}{R_e}\right) = 0$

એટલે કે પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય શૂન્ય હોય છે. ઊંડાઈ સાથે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં,

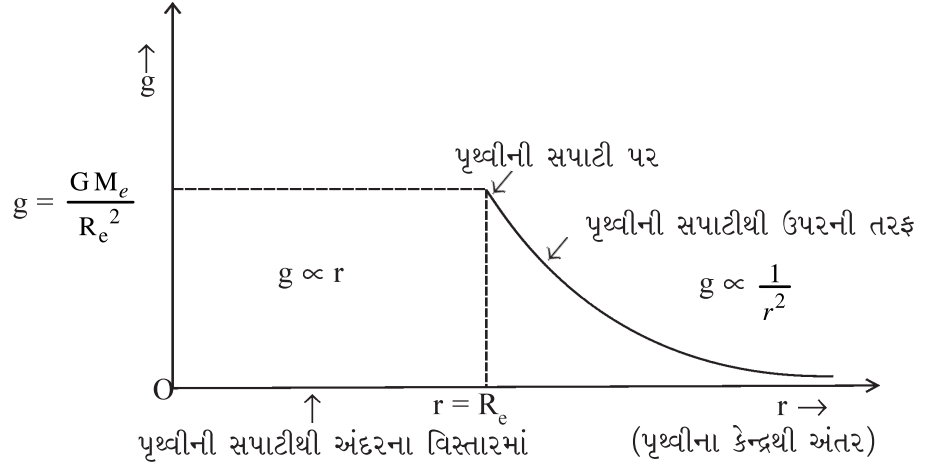
નિરપેક્ષ ઘટાડો = $\Delta g = g - g' = d \left(\frac{g}{R_e}\right)$

આંશિક ઘટાડો = $\frac{\Delta g}{g} = \frac{g - g'}{g} = \frac{d}{R_e}$

પ્રતિશત ઘટાડો = $\frac{\Delta g}{g} \times 100 \% = \frac{d}{R_e} \times 100 \%$

- પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ ($h \ll R_e$) માટે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં ઘટાડાનો દર એ પૃથ્વીની સપાટીથી કેન્દ્ર તરફ જતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યના ઘટાડાના દર કરતા બમણો હોય છે.

- $g \rightarrow r$ નો આલેખ :



(4) પૃથ્વીના ભ્રમણને લીધે અક્ષાંશ સાથે અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં થતો ફેરફાર :

વિષુવવૃત્તીય સમતલ : પૃથ્વીના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા અને તેની ભ્રમણ અક્ષને લંબ હોય તેવા સમતલને વિષુવવૃત્તીય સમતલ કહે છે.

અક્ષાંશ : પૃથ્વીની સપાટી પર આવેલા સ્થળને પૃથ્વીના કેન્દ્ર સાથે જોડતી રેખા એ વિષુવવૃત્તીય રેખા સાથે બનાવેલા ખૂણાને તે સ્થળનો અક્ષાંશ (λ) કહે છે.

વિષુવવૃત્ત પર $\lambda = 0^\circ$ તથા ધ્રુવ પર $\lambda = 90^\circ$

λ અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ,

$$g' = g - R_e \cos^2 \lambda \omega^2$$

$$= g \left(1 - \frac{R_e \omega^2 \cos^2 \lambda}{g} \right) \text{ જ્યાં } \omega = \text{પૃથ્વીનો પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ-દર}$$

(i) વિષુવવૃત્ત માટે $\lambda = 0^\circ \Rightarrow \cos \lambda = 1$

$$g' = g \left(1 - \frac{R_e \omega^2}{g} \right) = g - R_e \omega^2$$

= અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગનું લઘુત્તમ મૂલ્ય

(ii) ધ્રુવ પર $\lambda = 90^\circ \Rightarrow \cos \lambda = 0$

$$\therefore g' = g$$

= અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગનું મહત્તમ મૂલ્ય

- જો m દળના પદાર્થને વિષુવવૃત્ત પરથી ધ્રુવ પર લઈ જવામાં આવે તો તેના વજનમાં થતો વધારો,

$$m(g_p - g_e) = m\omega^2 R_e$$

જ્યાં g_p = ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ, g_e = વિષુવવૃત્ત પર ગુરુત્વપ્રવેગ.

- જો પૃથ્વી પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે તો વિષુવવૃત્ત પાસે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં $\omega^2 R_e$ જેટલો વધારો થાય અને તેથી m દળના પદાર્થના વજનમાં $m\omega^2 R_e$ જેટલો વધારો થાય.

- પૃથ્વીની સરેરાશ ઘનતા (ρ) એ 'g' અને 'G' ના પદમાં

પૃથ્વીને નિયમિત ઘનતાવાળો સંપૂર્ણ ગોળો ગણીને,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{M_e}{\frac{4}{3}\pi R_e^3} = \frac{3M_e}{4\pi R_e^3} = \frac{3\left(\frac{g R_e^2}{G}\right)}{4\pi R_e^3} \quad \left(\because M_e = \frac{g R_e^2}{G}\right) \\ &= \frac{3g}{4\pi R_e G} \end{aligned}$$

- (16) પૃથ્વીની સપાટી પર એક પદાર્થનું વજન 81 kgf છે. તો મંગળ (ગ્રહ)ની સપાટી પર આ પદાર્થનું વજન kgf .
મંગળનું દળ અને ત્રિજ્યા એ પૃથ્વીના દળ અને ત્રિજ્યા કરતા અનુક્રમે $\frac{1}{9}$ અને $\frac{1}{2}$ ગણા છે.
- (A) 40 (B) 36 (C) 24 (D) 162
- (17) જો પૃથ્વી સમગ્રપણે સીસા (lead)નો જ બનેલો ગોળો હોત તો પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય ms^{-2} (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI}$, સીસાની સાપેક્ષ ઘનતા $= 11.3$)
- (A) 20.2 (B) 34.49 (C) 28.72 (D) 14.67
- (18) બે ગ્રહોના દળનો ગુણોત્તર 1:2 અને તેમના વ્યાસનો ગુણોત્તર 1:3 છે. તેમની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગનાં મૂલ્યોનો ગુણોત્તર =
- (A) 2:1 (B) 3:2 (C) 2:3 (D) 9:2
- (19) જો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા હાલની ત્રિજ્યા કરતા ત્રણ ગણી કરવામાં આવે, તો પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય બદલાય નહિ (અચળ રહે) તે માટે પૃથ્વીની ઘનતાના મૂલ્યમાં આશરે
- (A) 67 % જેટલો ઘટાડો કરવો પડે. (B) 67 % જેટલો વધારો કરવો પડે.
(C) 33 % જેટલો ઘટાડો કરવો પડે. (D) 33 % જેટલો વધારો કરવો પડે.
- (20) એક વ્યક્તિ એક ગ્રહ A પર 2m ઊંચો કૂદકો મારી શકે છે, તો આ જ વ્યક્તિ ગ્રહ B પર ઊંચો કૂદકો મારી શકે.
ગ્રહ B ની ઘનતા અને ત્રિજ્યા અનુક્રમે ગ્રહ A ની ઘનતા અને ત્રિજ્યા કરતા $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{3}$ ગણા છે.
- (A) 18 m (B) 24 m (C) 36 m (D) 15 m
- (21) એક પદાર્થનું પૃથ્વીની સપાટી પર વજન 54 N છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી $\frac{R_e}{2}$ જેટલી ઊંચાઈએ તે પદાર્થનું વજન ; જ્યાં $R_e =$ પૃથ્વીની ત્રિજ્યા
- (A) 72 N (B) 36 N (C) 18 N (D) 24 N
- (22) પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય એ સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય કરતા અડધું થાય.
પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R = 6400 \text{ km}$
- (A) 2650 km (B) 3366 km (C) 1325 km (D) 414 km
- (23) પૃથ્વીની સપાટી પર એક દળરહિત સ્પ્રિંગના છેડે એક પદાર્થ લટકાવતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં 1 cm જેટલો વધારો થાય છે. તો પૃથ્વીની સપાટીથી 1600 km ઊંચાઈએ એ જ સ્પ્રિંગના છેડે એ જ પદાર્થ લટકાવતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં થતો વધારો = cm. (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R = 6400 \text{ km}$)
- (A) 0.32 (B) 0.64 (C) 0.16 (D) 0.86
- (24) પૃથ્વીના કેન્દ્રથી અંતરે પદાર્થનું વજન તેના પૃથ્વીની સપાટી પરના વજનનું $\frac{1}{16}$ ગણું થાય. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R લો.
- (A) 3R (B) 4R (C) 5R (D) 8R
- (25) પૃથ્વીની સપાટીથી કેટલી ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીની સપાટીથી 100 km ઊંચાઈએ મળતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય જેટલું થાય ?
- (A) 50 km (B) 100 km (C) 200 km (D) 25 km
- (26) પૃથ્વીની સપાટીથી કેટલી ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યના 10 % જેટલું થાય ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R = 6400 \text{ km}$)
- (A) 6336 km (B) 5400 km (C) 5760 km (D) 5980 km

- (27) પૃથ્વીની સપાટીથી 30 km ઊંચાઈએ અને સપાટીથી 30 km ઊંચાઈએ m દળના પદાર્થના વજનોનો ગુણોત્તર
(પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)
(A) 0.946 (B) 0.962 (C) 0.984 (D) 0.995
- (28) ધારો કે પૃથ્વી R ત્રિજ્યાનો નિયમિત ગોળો છે. જો 45° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ અને વિષુવવૃત્ત પરના ગુરુત્વપ્રવેગો અનુક્રમે g' અને g'' હોય તો $g' - g'' = \dots$ (ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ = g)
(A) $\frac{3R\omega^2}{2}$ (B) $\frac{R\omega^2}{2}$ (C) $\frac{R\omega^2}{3}$ (D) $\frac{2R\omega^2}{3}$
- (29) 60° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ શૂન્ય થવા માટે પૃથ્વીએ પોતાની ધરીની આસપાસ
rad/s કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરવું જોઈએ. (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km, ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)
(A) 2.5×10^{-3} (B) 1.25×10^{-3} (C) 2.5×10^{-2} (D) 1.25×10^{-2}
- (30) વિષુવવૃત્ત પર એક પદાર્થના હાલના વજન કરતાં ત્રીજા ભાગનું વજન થવા માટે પૃથ્વીએ પોતાની ધરીની આસપાસ કેટલી કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરવું જોઈએ ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, ધ્રુવ પર $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)
(A) $7.8 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ (B) $6.7 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ (C) $8.7 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ (D) $10 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$
- (31) પૃથ્વીની સપાટી પર એક પદાર્થનું વજન W છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા અડધા અંતરે પદાર્થનું વજન (પૃથ્વીની ઘનતા નિયમિત લો.)
(A) $\frac{W}{2}$ (B) W (C) $\frac{W}{4}$ (D) $\frac{W}{8}$
- (32) એક ગ્રહની ઘનતા અને ત્રિજ્યા એ પૃથ્વીની ઘનતા અને ત્રિજ્યા કરતા અનુક્રમે બમણી અને $\frac{3}{2}$ ગણી છે, તો ગ્રહની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગ એ પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગ કરતા ગણો હોય.
(A) $\frac{4}{3}$ (B) 3 (C) 6 (D) $\frac{3}{4}$
- (33) પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા એક પદાર્થનું દળ M છે, તો ચંદ્રની સપાટી પર તે જ પદાર્થનું દળ
(A) $\frac{M}{6}$ (B) M (C) શૂન્ય (D) અનંત
- (34) પૃથ્વીની સપાટીથી x જેટલી ઊંચાઈએ આવેલા સ્થળે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં થતા ફેરફારનો દર
(A) $-\frac{4}{3} G\pi\rho$ (B) $-\frac{2}{3} G\pi\rho$ (C) $\frac{-8G\pi\rho}{3}$ (D) $-G\pi\rho$
- (35) પૃથ્વીની સપાટીથી 1600 km ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય (સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય = 9.8 ms^{-2} , પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)
(A) 8.73 ms^{-2} (B) 7.59 ms^{-2} (C) 6.27 ms^{-2} (D) 9.12 ms^{-2}
- (36) જો પૃથ્વી પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે, તો 45° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર મળતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં કેટલો ફેરફાર થાય ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$)
(A) 2.74 cms^{-2} (B) 1.68 cms^{-2} (C) 1.12 cms^{-2} (D) 3.34 cms^{-2}
- (37) પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અને દળ અનુક્રમે R અને M હોય, તો $\frac{g}{G} = \dots$ (જ્યાં, g = ગુરુત્વપ્રવેગ, G = સાર્વત્રિક અચળાંક)
(A) MR^2 (B) $\frac{M}{R^2}$ (C) $\frac{M}{R}$ (D) $\frac{R^2}{M}$
- (38) પૃથ્વી R ત્રિજ્યાનો સંપૂર્ણ ગોળો છે. જો g_{30} અને g એ અનુક્રમે 30° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ તથા વિષુવવૃત્ત પરના ગુરુત્વપ્રવેગનાં મૂલ્યો હોય તો $g - g_{30} = \dots$
(A) $\omega^2 R$ (B) $\frac{3}{4} \omega^2 R$ (C) $\frac{\omega^2 R}{2}$ (D) $\frac{\omega^2 R}{4}$

- (39) ધારો કે ચંદ્રની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય એ પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય કરતાં 0.2 ગણું છે. જો પૃથ્વીની સપાટી પર પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થની મહત્તમ અવધિ R_e હોય, તો ચંદ્રની સપાટી પર મહત્તમ અવધિ (પ્રારંભિક વેગ અચળ ધારો.)

(A) $0.2 R_e$

(B) $0.5 R_e$

(C) $2 R_e$

(D) $5 R_e$

જવાબો : 16 (B), 17 (A), 18 (D), 19 (A), 20 (B), 21 (D), 22 (A), 23 (B), 24 (B), 25 (A), 26 (C), 27 (D), 28 (B), 29 (A), 30 (D), 31 (A), 32 (B), 33 (B), 34 (A), 35 (C), 36 (B), 37 (B), 38 (B), 39 (D)

દળ અને વજન

પદાર્થમાં રહેલા દ્રવ્યના જથ્થાને દળ કહે છે. તે પદાર્થનો મૂળભૂત આંતરિક ગુણધર્મ છે. દળ બે પ્રકારના હોય છે :

- (i) **જડત્વીય દળ (Inertial mass) :** પદાર્થ પર લાગતા બાહ્ય બળ અને તેના કારણે તેમાં ઉદ્ભવતા પ્રવેગના ગુણોત્તરને જડત્વીય દળ (m_i) કહે છે.

$$m_i = \frac{\text{બાહ્ય બળ}}{\text{ઉદ્ભવતો પ્રવેગ}} = \frac{F}{a} \quad (\because \text{ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમ પરથી દળ} = \frac{\text{બળ}}{\text{પ્રવેગ}})$$

- તે પદાર્થના જડત્વનું માપ દર્શાવે છે.

- તે પદાર્થ પર બાહ્યબળ લાગતા તેની સ્થિતિ બદલવાના પ્રયત્નનો પ્રતિકાર કરતી રાશિના સ્વરૂપમાં છે.

- (ii) **ગુરુત્વીય દળ :** પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ અને તેના કારણે ઉદ્ભવતા પ્રવેગના ગુણોત્તરને ગુરુત્વીય દળ (m_g) કહે છે.

$$\therefore m_g = \frac{F}{g}$$

પ્રયોગો પરથી $m_i = m_g = m$

પદાર્થનું વજન : પદાર્થ પર લાગતા પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી બળને પદાર્થનું વજન કહે છે.

$$W = \frac{GM_e m}{R_e^2} \quad (\text{જ્યાં } M_e = \text{પૃથ્વીનું દળ, } R_e = \text{પૃથ્વીની ત્રિજ્યા, } G = \text{ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક})$$

$$W = mg$$

તેનો એકમ N છે. તેની દિશા પૃથ્વીના કેન્દ્ર તરફ હોય છે.

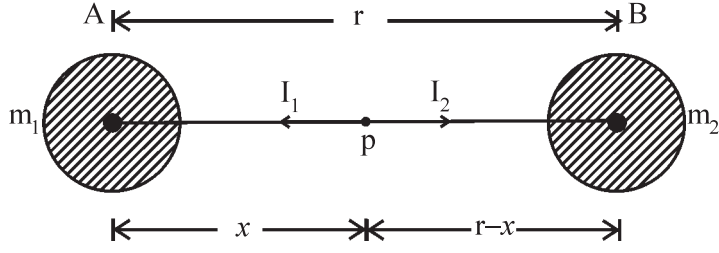
ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા (ગુરુત્વ ક્ષેત્ર) (ગુરુત્વ તીવ્રતા) :

- **વ્યાખ્યા :** આપેલ પદાર્થ વડે આપેલા બિંદુએ એકમ દળ (પરિક્ષણ દળ)ના પદાર્થ પર લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળને તે બિંદુને ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની તીવ્રતા (I) કહે છે.

$$\therefore \vec{I} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{જ્યાં } m = \text{પરીક્ષણ દળ (test mass)}$$

- તે સદિશ રાશિ છે. તેની દિશા જે પદાર્થનું ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર ધ્યાનમાં લીધું હોય તેના ગુરુત્વકેન્દ્ર તરફ હોય છે.
- તેનો એકમ $N \, kg^{-1}$ છે તથા પારિમાણિક સૂત્ર $M^0 L^1 T^{-2}$ છે.
- M દળના પદાર્થને લીધે r અંતરે ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા, $I = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow I \propto \frac{1}{r^2}$
- આપેલા બિંદુએ ગુરુત્વ તીવ્રતા જાણતા હોઈએ, તો તે બિંદુ પર કોઈ પદાર્થ મૂકતા તેના પર કેટલું ગુરુત્વબળ લાગશે તે ગણી શકાય છે.
- પૃથ્વીને લીધે આપેલા બિંદુએ ગુરુત્વ તીવ્રતાનું મૂલ્ય તે બિંદુ આગળના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય જેટલું હોય છે.
- ગુરુત્વતીવ્રતા અને ગુરુત્વપ્રવેગ જુદી જુદી રાશિઓ છે. તેમના એકમ જુદા જુદા પરંતુ સમતુલ્ય N/kg અને m/s^2 છે.
- પૃથ્વીના ગુરુત્વક્ષેત્ર માટે $I \rightarrow r$ નો આલેખ એ $g \rightarrow r$ ના આલેખ જેવો જ હોય છે.

- નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે P બિંદુ પાસે પદાર્થો A અને B વડે મળતી ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા સમાન મૂલ્યની અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે, એટલે કે બિંદુ P પાસે પરિણામી ગુરુત્વતીવ્રતા શૂન્ય છે.



$$\text{અહીં } x = \left(\frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}} \right) r \text{ તથા } r - x = \left(\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}} \right) r$$

જુદા જુદા આકારના પદાર્થો માટે ગુરુત્વતીવ્રતા

પદાર્થ	સ્થાન	ગુરુત્વતીવ્રતા	આકૃતિ આલેખ $I \rightarrow r$
નિયમિત ગોળો	(i) સપાટીથી બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$	$I = \frac{GM}{r^2}$ $I = \frac{GM}{R^2}$ $I = \frac{GM}{R^3} r$	
નિયમિત ગોળીય કવચ	(i) સપાટી બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$	$I = \frac{GM}{r^2}$ $I = \frac{GM}{R^2}$ $I = 0$	
પાતળી નિયમિત વર્તુળાકાર રિંગ	(i) રિંગની અક્ષ પરના બિંદુએ (ii) રિંગના કેન્દ્ર પર	$I = \frac{GM}{(a^2 + r^2)^{3/2}}$ $I = 0$	
નિયમિત તકતી	(i) તકતીની અક્ષ પરના બિંદુએ અથવા (ii) તકતીના કેન્દ્ર પર	$I = \frac{2GM}{a^2} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2}} \right]$ $I = \frac{2GM}{a^2} (1 - \cos\theta)$ $I = 0$	

ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન

‘એકમ દળના પદાર્થને અનંત અંતરેથી ગુરુત્વ ક્ષેત્રમાંના આપેલા બિંદુએ લાવવા દરમિયાન ગુરુત્વબળે કરેલા કાર્યના ઋણ મૂલ્યને તે બિંદુ આગળનું ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન (ϕ) કહે છે.’

$$\phi = -\frac{W}{m} = -\int_{\infty}^r \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{m} = -\int_{\infty}^r \vec{I} \cdot d\vec{r} \quad (\because \vec{I} = \frac{\vec{F}}{m})$$

$$= -\int_{\infty}^r \frac{Gm}{r^2} dr$$

$$\text{ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન, } \phi = \frac{-Gm}{r}$$

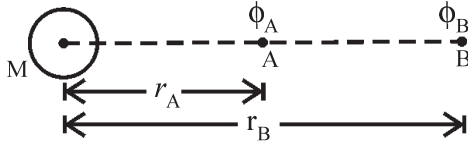
જો $r = \infty$ તો $\phi = 0 = \phi_{\max}$

- તે અદિશ રાશિ છે. તેનો SI એકમ J/kg અને પારિમાણિક સૂત્ર $M^0L^2T^{-2}$ છે.

- $\phi = -\int \vec{I} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow I = \frac{-d\phi}{dr}$

● ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનનો તફાવત :

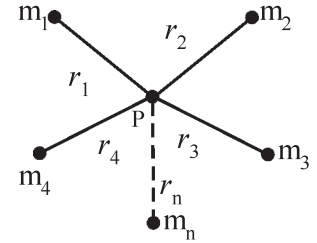
‘એકમ દળના પદાર્થને ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી લઈ જવા માટે કરવા પડતા કાર્યને તે બે બિંદુઓ વચ્ચેનો ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનનો તફાવત કહે છે.



$$\Delta\phi = \phi_B - \phi_A = \frac{W_{A \rightarrow B}}{m} = -GM \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- ઘણા બધા કણો વડે એક બિંદુ પાસે કુલ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન એ દરેક કણ વડે મળતા ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનના અદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. આકૃતિમાં P બિંદુ પાસે કુલ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન,

$$\phi = \frac{-G m_1}{r_1} - \frac{G m_2}{r_2} - \frac{G m_3}{r_3} \dots \dots \dots$$



જુદા જુદા આકારના પદાર્થો માટે ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન

પદાર્થ	સ્થાન	ગુરુત્વતીવ્રતા	આકૃતિ આલેખ $I \rightarrow r$
નિયમિત ગોળો	(i) સપાટીની બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$ (iv) કેન્દ્ર પર ($r = 0$)	$\phi = \frac{-GM}{r}$ $\phi_{\text{સપાટી}} = \frac{-GM}{R}$ $\phi = \frac{-GM}{2R} \left[3 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ $\phi_{\text{કેન્દ્ર}} = \frac{-3GM}{2R} = \frac{-3}{2} \phi_{\text{સપાટી}}$	

નિયમિત ગોળીય	(i) સપાટીની બહાર $r > R$	$\phi = \frac{-GM}{r}$	
કવચ	(ii) સપાટી પર $r = R$	$\phi = \frac{-GM}{R}$	
	(iii) સપાટીની અંદર $r < R$	$\phi = \frac{-GM}{R}$	
નિયમિત પાતળી	(i) રિંગની અક્ષ પરના બિંદુએ	$\phi = \frac{-GM}{\sqrt{a^2 + r^2}}$	
રિંગ	(ii) રિંગના કેન્દ્ર પર	$\phi = \frac{-GM}{a}$	

ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા

‘આપેલા (m દળના) પદાર્થને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં અનંત અંતરેથી આપેલા બિંદુએ લાવવા દરમિયાન ગુરુત્વબળે કરેલા કાર્યના ઋણ મૂલ્યને તે બિંદુ પાસે તે પદાર્થની ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા (U) કહે છે.’

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r , $r \geq R_e$ અંતરે m દળના પદાર્થની ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા,

$$U = \frac{-GM_e m}{r} = \phi m \quad (\because \phi = \frac{-GM_e}{r})$$

- તે અદિશ રાશિ છે. તેનો SI એકમ J અને પારિમાણિક સૂત્ર $M^1L^2T^{-2}$ છે.
- ગુરુત્વાકર્ષીબળો આકર્ષી પ્રકારના હોવાથી ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા ઋણ હોય છે.
- અંતર વધે તેમ ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા વધે (ઓછી ઋણ બને) છે.
- અનંત અંતરે ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા $U = 0 = U_{\max}$
- અહીં સ્થિતિઊર્જા U એ (પદાર્થ + પૃથ્વી) તંત્રની છે.
- જો M દળના પદાર્થના કેન્દ્રથી m દળના પદાર્થને r_1 અંતરેથી r_2 અંતરે ($r_1 > r_2$) લઈ જતાં પદાર્થની સ્થિતિઊર્જામાં થતો ફેરફાર,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

- અહીં $r_1 > r_2$ હોવાથી ΔU એ ઋણ છે. એટલે કે પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટી નજીક લાવતા તેની સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો થાય છે.
- પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા,

$$U_{\text{કેન્દ્ર}} = m\phi_{\text{કેન્દ્ર}} = m \left(\frac{-3}{2} \frac{GM_e}{R_e} \right) = \frac{-3}{2} \frac{GM_e m}{R_e}$$

- m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ લઈ જતાં ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જામાં થતો ફેરફાર,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{mgh}{1 + \frac{h}{R_e}}$$

$$(i) \text{ જો } h = nR_e; \Delta U = \frac{mgR_e n}{(n+1)}$$

$$(ii) \text{ જો } h \ll R_e; \Delta U = mgh \quad (\because \frac{h}{R_e} \rightarrow 0)$$

$$(iii) \text{ જો } h = R_e; \Delta U = \frac{1}{2} mgR_e$$

- અસતત દળોના વિતરણ માટે કુલ ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા,

$$U = \sum U_i = - \left[\frac{G m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{G m_2 m_3}{r_{23}} + \dots \right]$$

- n કણોના તંત્ર માટે કુલ $\frac{n(n-1)}{2}$ જોડ (pair) બને.

- (40) કોઈ ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં આપેલા બિંદુ પાસે મૂકેલા 50 g દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વ બળ 2 N છે, તો તે બિંદુ પાસે ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રનું મૂલ્ય
- (A) 40 N kg⁻¹ (B) 0.4 N kg⁻¹ (C) 2 N kg⁻¹ (D) 100 N kg⁻¹
- (41) R ત્રિજ્યાની અને M દળ ધરાવતી એક પાતળી નિયમિત રિંગની અક્ષ પર રિંગના કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે રિંગને કારણે મળતું ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતાનું મૂલ્ય શૂન્ય થશે ?
- (A) $\frac{R}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{R}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{R}{2}$ (D) $\frac{2R}{3}$
- (42) કોઈ પદાર્થને કારણે એક બિંદુએ મળતી ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની તીવ્રતાનું મૂલ્ય 20 N kg⁻¹ છે, તો તે બિંદુ પર 10 kg દળનો પદાર્થ મૂકતા પદાર્થ પર લાગતું બળ
- (A) 100 N (B) 200 N (C) 50 N (D) 400 N
- (43) એક સમક્ષિતિજ સપાટી પર સમાન દળ m ધરાવતા બે પદાર્થો એકબીજાથી d અંતરે મૂક્યાં છે. બંનેનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુ પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન (G = સાર્વત્રિક અચળાંક)
- (A) $\frac{-Gm}{d}$ (B) $\frac{-2Gm}{d}$ (C) $\frac{-4Gm}{d}$ (D) શૂન્ય
- (44) એક b બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર સમાન દળ m ધરાવતા ત્રણ કણ મૂકેલા છે. તો સમબાજુ ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્ર પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન
- (A) $\frac{-3\sqrt{3} Gm}{b}$ (B) $\frac{-2\sqrt{3} Gm}{b}$ (C) $\frac{-3\sqrt{2} Gm}{b}$ (D) $\frac{-9Gm}{b}$
- (45) m અને 9m દળના બે પદાર્થો એકબીજાથી r અંતરે મૂક્યા છે. બંને પદાર્થોને જોડતી રેખા પરના જે બિંદુએ ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય તે બિંદુએ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન
- (A) $\frac{-6Gm}{r}$ (B) $\frac{-9Gm}{r}$ (C) $\frac{-4Gm}{r}$ (D) $\frac{-16Gm}{r}$
- (46) એક l બાજુવાળા ચોરસનાં ચાર શિરોબિંદુઓ પર સમાન દળ m ધરાવતા ચાર કણ મૂકેલા છે. તો ચોરસના મધ્યકેન્દ્ર પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન
- (A) $\frac{-2\sqrt{3} Gm}{l}$ (B) $\frac{-4\sqrt{2} Gm}{l}$ (C) $\frac{-3\sqrt{2} Gm}{l}$ (D) $\frac{-5\sqrt{2} Gm}{l}$
- (47) એક m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી $h = \frac{R}{5}$ ઊંચાઈએ લઈ જતા તેની સ્થિતિઊર્જામાં થતો વધારો
- પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગ = g, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = R
- (A) $\frac{6}{7} mgh$ (B) $\frac{5}{6} mgh$ (C) $\frac{3}{4} mgh$ (D) $\frac{2}{3} mgh$
- (48) એક l બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર 2m દળના ત્રણ કણ મૂકેલા છે, તો આ તંત્રની ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા
- (A) $\frac{-3Gm^2}{l}$ (B) $\frac{-6Gm^2}{l}$ (C) $\frac{-12Gm^2}{l}$ (D) $\frac{-Gm^2}{2l}$

- (49) એક m દળનો પદાર્થ પૃથ્વીની સપાટીથી $3R$ અંતરેથી પડવાનું શરૂ કરે છે. જ્યારે તે પૃથ્વીની સપાટીથી R અંતરે હોય ત્યારે તેની ગતિઊર્જા

પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $= R$, પૃથ્વીનું દળ $= M$, સાર્વત્રિક ગુરુત્વાકર્ષણનો અચળાંક $= G$

- (A) $\frac{GMm}{2R}$ (B) $\frac{GMm}{4R}$ (C) $\frac{GMm}{3R}$ (D) $\frac{GMm}{6R}$

- (50) એક 1 kg દળવાળો પદાર્થ $3m$ ત્રિજ્યા અને 5 kg દળવાળી નિયમિત રિંગની અક્ષ પર રિંગના કેન્દ્રથી 4 m અંતરે મૂકેલ છે. તો પદાર્થને 4 m અંતરેથી $3\sqrt{3} \text{ m}$ અંતરે લઈ જવા માટે કરવું પડતું કાર્ય (ગુરુત્વાકર્ષણનો અચળાંક $= G$)

- (A) $\frac{G}{6}$ (B) $\frac{2G}{3}$ (C) $\frac{3G}{2}$ (D) $\frac{G}{5}$

જવાબો : 40 (A), 41 (A), 42 (B), 43 (C), 44 (A), 45 (D), 46 (B), 47 (B), 48 (C), 49 (B), 50 (A)

નિષ્ક્રમણ વેગ

‘પદાર્થને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ ક્ષેત્રની બહાર મોકલવા માટે જરૂરી લઘુત્તમ વેગને નિષ્ક્રમણ વેગ (v_e) કહે છે.’

$$\text{નિષ્ક્રમણ વેગ, } v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} = \sqrt{2gR_e} \quad (\because GM_e = gR_e^2)$$

$$= \sqrt{2\left(\frac{4}{3}\pi\rho GR_e\right)R_e} = R_e \sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho}$$

- નિષ્ક્રમણ વેગ પદાર્થના દળ પર આધારિત નથી. પરંતુ પદાર્થને જેના બંધનમાંથી મુક્ત કરવાનો છે. તે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ના દળ અને ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.

- પૃથ્વીની સપાટી પર, $v_e = \sqrt{2gR_e}$ માં g અને R_e ની કિંમતો મૂકતાં,

$$v_e = 11.2 \text{ km/s}$$

- ચંદ્રની સપાટી પરના સ્થિર પદાર્થને ચંદ્રના ગુરુત્વાકર્ષણક્ષેત્રમાંથી મુક્ત કરવા માટે જરૂરી નિષ્ક્રમણ વેગ v_e' હોય તો,

$$v_e' = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}} \quad \text{જ્યાં } M_m = \text{ચંદ્રનું દળ, } R_m = \text{ચંદ્રની ત્રિજ્યા}$$

- આ બધી કિંમતો મૂકતાં $v_e' = 2.3 \text{ kms}^{-1}$ મળે છે. જે પૃથ્વી પર રહેલા પદાર્થ માટેના નિષ્ક્રમણ વેગ કરતા લગભગ $\frac{1}{6}$ ગણું છે.

- કોઈ ગ્રહ પર વાતાવરણ તો જ હોય જો વાતાવરણનું નિર્માણ કરતા વાયુઓના અણુઓની ત્યાંના તાપમાને ઝડપ એ નિષ્ક્રમણ ઝડપ કરતા ઓછી હોય.

- વાયુના અણુઓની ઝડપ $= v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
 $\therefore$ પૃથ્વી પર વાતાવરણ છે કારણ કે $v_{\text{rms}} < v_e$
 અને ચંદ્ર પર વાતાવરણ નથી કારણ કે $v_{\text{rms}} > v_e$

નિષ્ક્રમણ ઊર્જા (Escape Energy)

‘પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ ક્ષેત્રમાંથી (પૃથ્વીના બંધનમાંથી) પદાર્થને મુક્ત કરવા માટે તેને આપવી પડતી લઘુત્તમ ઊર્જાને તે પદાર્થની નિષ્ક્રમણ ઊર્જા કહે છે. ઘણી વાર તેને બંધનઊર્જા (Binding Energy) પણ કહે છે.’

$$\therefore \text{પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર રહેલા } m \text{ દળના પદાર્થની નિષ્ક્રમણ ઊર્જા} = \frac{GM_e m}{R_e}$$

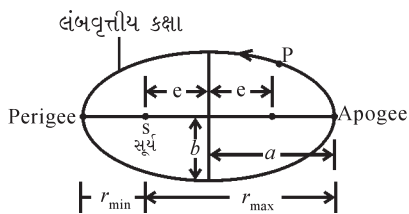
- (51) પૃથ્વીની સપાટી પરથી ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવતા પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ 11.2 kms^{-1} છે. તો ઊર્ધ્વદિશા સાથે 45° નો ખૂણો બનાવતી દિશામાં પ્રક્ષિપ્ત કરવામાં આવતા પદાર્થ માટે નિષ્ક્રમણ વેગ kms^{-1}
- (A) 11.2 (B) $11.2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (C) $11.2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (D) $11.2 \times \left(\frac{1}{3}\right)$
- (52) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે, તો પૃથ્વી કરતા ત્રણ ગણી ત્રિજ્યા અને 3 ગણું દળ ધરાવતા ગ્રહની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ
- (A) $3 v_e$ (B) $9 v_e$ (C) v_e (D) $27 v_e$
- (53) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા 6400 km છે. તો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા ઘટીને (પૃથ્વી સંકોચાઈને) કેટલી થાય તો પૃથ્વીની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગનું મૂલ્ય હાલના નિષ્ક્રમણ વેગના મૂલ્ય કરતા 10 ગણું થાય ? (પૃથ્વીનું દળ અચળ ધારો.)
- (A) 6.4 km (B) 64 km (C) 640 km (D) 4800 km
- (54) K ગતિઊર્જા ધરાવતો એક ઉપગ્રહ પૃથ્વી આસપાસ વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. આ ઉપગ્રહને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર મોકલવા (મુક્ત કરવા) જરૂરી વધારાની ગતિઊર્જા =
- (A) $\sqrt{2} K$ (B) 2K (C) K (D) $\frac{K}{\sqrt{2}}$
- (55) એક ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીની તદ્દન નજીક રહીને ભ્રમણ કરે છે. તો તેને પૃથ્વીના બંધનમાંથી મુક્ત કરવા જરૂરી વધારાનો વેગ (લગભગ) (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = 6400 km, ગુરુત્વપ્રવેગ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)
- (A) 11.2 km s^{-1} (B) 3.2 km s^{-1} (C) 8 km s^{-1} (D) 20.2 km s^{-1}
- (56) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે. જો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અડધી કરવામાં આવે અને દળ બમણું કરવામાં આવે તો પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ
- (A) $2 v_e$ (B) $\frac{3}{2} v_e$ (C) $\frac{4}{3} v_e$ (D) $3 v_e$
- (57) પૃથ્વીની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ v_1 છે. જેની ત્રિજ્યા અને ઘનતા પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અને ઘનતા કરતા અનુક્રમે 4 ગણી અને 9 ગણી હોય તેવા ગ્રહની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ v_2 હોય તો $\frac{v_1}{v_2} = \dots\dots$
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

જવાબો : 51 (A), 52 (C), 53 (B), 54 (C), 55 (B), 56 (A), 57 (B)

કેપ્લરના નિયમો (Kepler's Laws)

● પહેલો નિયમ (કક્ષાનો નિયમ) First Law (Law of orbits)

‘બધા ગ્રહો એવી લંબવૃત્તીય કક્ષાઓમાં ભ્રમણ કરે છે કે જેના એક કેન્દ્ર પર સૂર્ય હોય.’



a = અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (Semi major axis)

b = અર્ધ લઘુ અક્ષ (Semi minor axis)

Aphelion distance = સૂર્યથી ગ્રહનું મોટામાં મોટું અંતર

Perihelion distance = સૂર્યથી ગ્રહનું ટૂંકામાં ટૂંકું (નાનું) અંતર

- ગ્રહ જ્યારે સૂર્યથી દૂર હોય ત્યારે કક્ષામાં ધીમે ફરતા હોય છે એટલે કે ગતિઊર્જા લઘુત્તમ અને સ્થિતિઊર્જા મહત્તમ હોય છે.
- ગ્રહ જ્યારે સૂર્યની નજીક હોય ત્યારે વધારે ઝડપથી ફરતા હોય છે. એટલે કે ગતિઊર્જા મહત્તમ અને સ્થિતિઊર્જા લઘુત્તમ હોય છે.

$$r_{\max} = a + ea = (1 + e)a$$

$$r_{\min} = a - ea = (1 - e)a$$

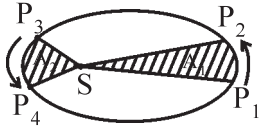
જ્યાં e = ઉપવલય (લંબવૃત્ત)ની ઉત્કેન્દ્રતા (eccentricity) જેનું મૂલ્ય 0 થી 1 વચ્ચે હોય છે. જે પરિમાણરહિત છે.

જો $e = 0$ તો ઉપવલય (લંબવૃત્ત) એ વર્તુળ બને છે. પૃથ્વી માટે $e = 0.017$

બીજો નિયમ (ક્ષેત્રફળનો નિયમ) Second Law (Law of Areas) :

‘સૂર્ય અને ગ્રહને જોડતી રેખા એ સમાન સમયગાળામાં આંતરેલ ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.’ એટલે કે ક્ષેત્રીય વેગ $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ અચળ રહે છે.’

- ક્ષેત્રીય વેગ અચળ હોવો તે કોણીય વેગમાનના સંરક્ષણના નિયમની ભૌમિતિક રજૂઆત છે.



સમાન સમયગાળામાં,

SP_1P_2 નું ક્ષેત્રફળ = SP_3P_4 નું ક્ષેત્રફળ

$$\therefore A_1 = A_2$$

ત્રીજો નિયમ (આવર્તકાળનો નિયમ) Third Law (Law of Periods) :

‘કોઈ પણ ગ્રહના પરિભ્રમણના આવર્તકાળ (T)નો વર્ગ તેની લંબવૃત્તીય કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (a)ના ઘનના સમપ્રમાણમાં હોય છે.’

$$\therefore T^2 \propto a^3 \Rightarrow T \propto a^{3/2}$$

ઉપગ્રહો (Satellites)

‘કોઈ પણ ગ્રહની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા પદાર્થને તેનો ઉપગ્રહ કહે છે.’

- ઉપગ્રહની કક્ષીય ગતિ ગ્રહના ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અને પ્રારંભિક શરતો પર આધાર રાખે છે.
- આવા ગ્રહોનો ગતિપથ લંબવૃત્તીય હોય છે પણ અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (semi major axis) અને અર્ધ લઘુ અક્ષ (Semi minor axis) વચ્ચેનો તફાવત ઓછો હોવાથી તેને વર્તુળાકાર ગણી શકાય છે.

કક્ષીય વેગ (Orbital velocity)

‘કોઈ પણ ઉપગ્રહને તેની કક્ષામાં મૂકવા (ફરતો મૂકવા) માટે જરૂરી લઘુત્તમ વેગને કક્ષીય વેગ (v_0) કહે છે.’

- પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે ($r > R_e$) ઉપગ્રહનો કક્ષીય વેગ

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e + h}}$$

$$\text{પૃથ્વીની સપાટી નજીક } v_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e}} = \sqrt{gR_e}$$

- કક્ષીય ઝડપનું મૂલ્ય ઉપગ્રહના દળ પર આધારિત નથી પરંતુ જે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે તેના દળ અને કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.
- પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ,

$$v_0 = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$$

- ઉપગ્રહ વડે એક પૂર્ણ પરિભ્રમણ (કક્ષામાં) દરમિયાન થતું કાર્ય શૂન્ય હોય છે.
- જો પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ 41.4 % જેટલી વધારતા ($\sqrt{2}$ ગણી) તે પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જશે.

ઉપગ્રહના જુદા જુદા વેગને અનુરૂપ ઉપગ્રહની ભ્રમણ કક્ષાનો આકાર

- (1) જો $v < v_0$ (v_0 ઉપગ્રહને કક્ષામાં રહેવા (ફરતો) માટે જરૂરી કક્ષીય વેગ)
 - (i) કક્ષાનો આકાર વર્તુળાકાર ન રહેતા કમાન આકારનો રહે અને છેવટે ઉપગ્રહ પૃથ્વી પર પાછો પડે.
 - (ii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.
- (2) જો $v = v_0$
 - (i) ઉપગ્રહ વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે.
 - (ii) $e = 0$ $e \rightarrow$ ઉત્કેન્દ્રતા (eccentricity).
 - (iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.
- (3) જો $v_0 < v < v_e$ (જ્યાં $v_e =$ નિષ્ક્રમણ વેગ)
 - (i) ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ લંબવૃત્તીય (ઉપવલય) કક્ષામાં ભ્રમણ કરે.
 - (ii) $e < 1$
 - (iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.
- (4) જો $v = v_e$
 - (i) ઉપગ્રહ પરવલયાકાર માર્ગે ગતિ કરીને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જાય.
 - (ii) $e = 1$
 - (iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા જેટલી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા શૂન્ય થાય.
- (5) જો $v > v_e$
 - (i) ઉપગ્રહ અતિવલયાકાર માર્ગે ગતિ કરીને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જાય.
 - (ii) $e > 1$
 - (iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતાં વધારે હોય $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ધન બને.

ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ (T) :

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow T^2 \propto r^3 \quad (\because G, M_e \text{ અચળ})$$

- ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ એ ઉપગ્રહના દળ પર આધારિત નથી. પરંતુ જેની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે તે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ના દળ અને કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.

ઉપગ્રહની પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ

$$h = \left(\frac{g R_e^2 T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R_e$$

ઉપગ્રહની ઊર્જાઓ :

(i) ગતિઊર્જા (K) :

$$K = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{GM_e m}{2r} \dots (1)$$

$$\text{ઉપગ્રહનું કોણીય વેગમાન } L = m v_0 r \text{ હોય તો ગતિઊર્જા } K = \frac{L^2}{2 m r^2}$$

(ii) સ્થિતિ-ઊર્જા (U) :

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે ઉપગ્રહની સ્થિતિ-ઊર્જા,

$$U = \frac{-GM_e m}{r} \dots\dots (2) \text{ (નોંધ : } \phi = \frac{-GM_e}{r} \text{ પરથી } U = m\phi \text{ પણ થાય)}$$

$$= \frac{-L^2}{m r^2} \quad (\text{કોણીય વેગમાનના સ્વરૂપમાં})$$

(iii) કુલ ઊર્જા (E) :

$E = \text{સ્થિતિ-ઊર્જા} + \text{ગતિઊર્જા}$

$$= \frac{-GM_e m}{2r} \dots\dots (3)$$

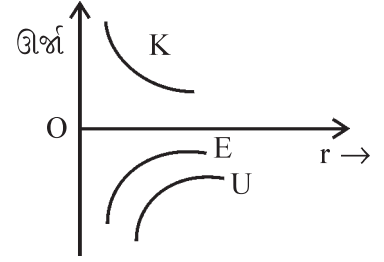
$$= \frac{-L^2}{2m r^2} \quad (\text{કોણીય વેગમાન } L \text{ ના સ્વરૂપમાં})$$

- ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા ઋણ છે.
સમીકરણ (1), (2) અને (3) પરથી,

$$\frac{E}{K} = -1 \Rightarrow K = -E \text{ અને}$$

$$\frac{U}{E} = 2 \Rightarrow U = 2E$$

- કોઈ પણ અંતર r માટે U અને E ઋણ હોય છે અને K નું મૂલ્ય ધન હોય છે તથા $K = -E$.
- જો $r \rightarrow \infty$ તો ત્રણેય ઊર્જાવકો શૂન્ય મૂલ્ય તરફ જાય છે.



ઉપગ્રહની બંધન-ઊર્જા :

ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા $E = \frac{-GM_e m}{2r}$ છે. ઋણ નિશાની ઉપગ્રહ આકર્ષી બળની અસર હેઠળ બંધિત અવસ્થામાં હોવાનું સૂચવે છે. તેથી જો ઉપગ્રહને આ બંધનમાંથી મુક્ત કરવો હોય એટલે કે અનંત અંતરે મોકલવો હોય તો બહારથી ઊર્જા આપવી પડે. કક્ષામાંથી ગ્રહના (અહીં પૃથ્વી) ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાંથી મુક્ત કરવા (અનંત અંતરે મોકલવા) જરૂરી ઊર્જાને બંધન-ઊર્જા કહે છે.

$$\therefore \text{બંધન-ઊર્જા} = -E = \frac{GM_e m}{2r}$$

જો ઉપગ્રહની ભ્રમણકક્ષા લંબવૃત્તીય હોય તો

$$\bullet \text{ કુલ ઊર્જા } E = -\frac{GM_e m}{2a} = \text{અચળ}$$

જ્યાં $a = \text{અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ}$

- જ્યારે ઉપગ્રહ એ કેન્દ્રીય પદાર્થ (જેની આસપાસ ભ્રમણ કરતો હોય તે)ની નજીક હોય ત્યારે ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા મહત્તમ હોય એટલે કે $U = E - K$ પરથી સ્થિતિ-ઊર્જા ન્યૂનતમ હોય છે તથા ઉપગ્રહ એ કેન્દ્રીય પદાર્થથી દૂર હોય ત્યારે ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા ન્યૂનતમ અને સ્થિતિ-ઊર્જા મહત્તમ હોય છે.
- જ્યારે ઉપગ્રહને એક વર્તુળાકાર કક્ષા (r_1 ત્રિજ્યા) માંથી બીજી કક્ષા (r_2 ત્રિજ્યા) (જ્યાં $r_2 > r_1$) માં મોકલવામાં આવે ત્યારે વિવિધ ભૌતિકરાશિઓમાં થતા ફેરફાર

	ભૌતિકરાશિ	ફેરફાર	r સાથેનો સંબંધ
(1)	કક્ષીય વેગ	ઘટે છે.	$v_0 \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$
(2)	આવર્તકાળ	વધે છે.	$T \propto r^{\frac{3}{2}}$
(3)	રેખીય વેગમાન	ઘટે છે.	$P \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$
(4)	કોણીય વેગમાન	વધે છે.	$L \propto \sqrt{r}$
(5)	ગતિઊર્જા	ઘટે છે.	$K \propto \frac{1}{r}$
(6)	સ્થિતિ-ઊર્જા	વધે છે.	$U \propto -\frac{1}{r}$
(7)	કુલ ઊર્જા	વધે છે.	$E \propto -\frac{1}{r}$
(8)	બંધન-ઊર્જા	ઘટે છે.	$B.E. \propto \frac{1}{r}$

ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ (Geo-Stationary Satellite) (Geo Synchronous satellite)

- પૃથ્વીના જે ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ 24 કલાક (એટલે કે પૃથ્વીની પોતાની અક્ષની આસપાસની ચાકગતિના આવર્તકાળ જેટલો) હોય તેને ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ કહે છે.
- ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ વિષુવવૃત્તીય સમતલમાં પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફની દિશામાં ભ્રમણ કરે છે.

ભૂસ્થિર ઉપગ્રહની પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e} \Rightarrow r = \left(\frac{GM_e T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ માં બધી કિંમતો મૂકતા,}$$

$$\therefore r = 42,260 \text{ km}$$

$$\therefore h = r - R_e = 42,260 - 6400 = 35860 \text{ km}$$

આવા ઉપગ્રહની કક્ષાને Parking orbits કહે છે.

$$\text{આ ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ } \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \text{ પરથી } 3.08 \text{ kms}^{-1}$$

ધ્રુવીય ઉપગ્રહ (Polar satellite) :

- આવા ઉપગ્રહ પૃથ્વીની ફરતે સપાટીથી લગભગ 800 kmની ઊંચાઈએ ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં ભ્રમણ કરતા હોય છે.
- આવા ઉપગ્રહોના ભ્રમણનો આવર્તકાળ લગભગ 100 min હોય છે.

પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થે પ્રાપ્ત કરેલ મહત્તમ ઊંચાઈ (Maximum height attained by a projectile) :

ધારો કે m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી v જેટલા વેગથી ઊર્ધ્વ દિશામાં ફેંકવામાં આવે છે અને તે H જેટલી મહત્તમ ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરે છે. મહત્તમ ઊંચાઈએ પદાર્થનો વેગ શૂન્ય હોય છે.

યાંત્રિક ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ પરથી,

પૃથ્વીની સપાટી પર કુલ ઊર્જા = પૃથ્વીની સપાટીથી H ઊંચાઈએ કુલ ઊર્જા

$$\frac{1}{2} mv^2 + \left(-\frac{GM_e m}{R_e} \right) = 0 + \left(-\frac{GM_e m}{R_e + H} \right)$$

જ્યાં R_e = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા, M = પૃથ્વીનું દળ

$$\begin{aligned}
\therefore v^2 &= 2GM_e \left[\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_e + H} \right] \\
&= 2GM_e \left(\frac{H}{(R_e)(R_e + H)} \right) \\
&= 2gR_e^2 \left(\frac{H}{(R_e)R_e(1 + H/R_e)} \right) \quad (\because GM_e = gR_e^2)
\end{aligned}$$

$$v^2 = \frac{2gH}{1 + \frac{H}{R_e}} \Rightarrow v = \left(\frac{2gH}{1 + \frac{H}{R_e}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{હવે, } v^2 = \frac{2gH(R_e)}{(R_e + H)}$$

$$\therefore v^2(R_e + H) = 2gHR_e \Rightarrow v^2R_e + v^2H = 2gHR_e$$

$$\therefore v^2R = (2gR_e - v^2)H$$

$$\Rightarrow H = \frac{v^2 R_e}{2gR_e - v^2}$$

ઉપગ્રહનો સાપેક્ષ કોણીય વેગ (Relative angular velocity of satellite)

જો ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ વિષવૃત્તીય સમતલમાં પૃથ્વીના ભ્રમણની દિશામાં (એટલે કે પશ્ચિમથી પૂર્વ દિશામાં) ભ્રમણ કરતો હોય, તો પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા અવલોકનકર્તા માટે ઉપગ્રહનો સાપેક્ષ કોણીય વેગ,

$$\omega_{\text{સાપેક્ષ}} = \omega_s - \omega_E$$

જ્યાં ω_s = ઉપગ્રહનો કોણીય વેગ

ω_E = પૃથ્વીનો કોણીય વેગ

$$\text{હવે } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ પરથી,}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{\text{સાપેક્ષ}}} = \frac{2\pi}{\omega_s - \omega_E} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_s} - \frac{2\pi}{T_E}} = \frac{T_E T_s}{T_E - T_s}$$

(58) પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના ભ્રમણનો આવર્તકાળ 50 min છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા ત્રણ ગણી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો આવર્તકાળ

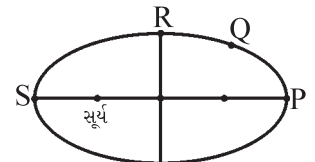
- (A) 100 min (B) 400 min (C) $50 \times \sqrt{8}$ min (D) 150 min

(59) સૂર્યની આસપાસ એક ગ્રહનો ભ્રમણ-દર એ પૃથ્વીના ભ્રમણ-દર કરતા 8 ગણો છે, તો તેમના ભ્રમણની કક્ષાની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર

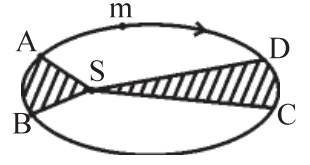
- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{1}{2}$

(60) આકૃતિમાં સૂર્યની આસપાસ બુધ (ગ્રહ)નો ભ્રમણનો ગતિપથ દર્શાવ્યો છે, તો કયા બિંદુ પાસે બુધની સ્થિતિઊર્જા લઘુત્તમ હોય ?

- (A) P (B) Q
(C) R (D) S



- (61) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે m દળનો ગ્રહ સૂર્યની આસપાસ લંબવૃત્તીય માર્ગમાં ભ્રમણ કરે છે. છાયાંકિત (shaded) કરેલા ભાગમાં (SABનું ક્ષેત્રફળ) $= \frac{1}{3}$ (SCDનું ક્ષેત્રફળ) જો ગ્રહને C થી D સુધી જતા લાગતો સમય t_2 હોય



અને A થી B સુધી જતા લાગતો સમય t_1 હોય તો $\frac{t_1}{t_2} = \dots\dots$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (62) સૂર્યની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા ગ્રહ Aનો પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ એ ગ્રહ B ના આવર્તકાળ કરતા 27 ગણો છે, તો સૂર્યથી ગ્રહ A નું અંતર એ સૂર્યથી ગ્રહ B ના અંતર કરતા ગણું વધારે હોય.
(A) 9 (B) 8 (C) 4 (D) 6
- (63) બે ઉપગ્રહો પૃથ્વીની આસપાસ અનુક્રમે r અને $1.01 r$ ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. તેમના કક્ષીય આવર્તકાળ અનુક્રમે T_1 અને T_2 છે, તો બીજા ઉપગ્રહનો આવર્તકાળ એ પહેલા ઉપગ્રહના આવર્તકાળ કરતા લગભગ વધારે હોય.
(A) 0.5 % (B) 1.0 % (C) 1.5 % (D) 3.0 %
- (64) પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R, ગુરુત્વ પ્રવેગ g)
(A) $2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$ (B) $4\sqrt{2}\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$ (C) $2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$ (D) $8\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$
- (65) એક ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીથી $6 R$ જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે. જ્યાં R એ પૃથ્વીની ત્રિજ્યા છે. બીજો કોઈ ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીથી $2.5 R$ જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે, તો બીજા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ
(A) $6\sqrt{2} h$ (B) $6 h$ (C) $10 h$ (D) $2\sqrt{6} h$
- (66) બે ઉપગ્રહો A અને B સમાન ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર કક્ષામાં પૃથ્વીની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે. ઉપગ્રહ A નું દળ એ B ના દળ કરતા 100 ગણું વધારે છે, તો તેમના પરિભ્રમણના આવર્તકાળોનો ગુણોત્તર
(A) 1:100 (B) 100:1 (C) 1:1 (D) 10:1
- (67) જો કોઈ m દળનો ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીની તદ્દન નજીક ભ્રમણ કરતો હોય તો તેનો કક્ષીય આવર્તકાળ min.
(A) 72 (B) 62.2 (C) 84.6 (D) 104
- (68) પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ પૃથ્વીની ઘનતા (ρ) ના પદમાં
(A) $\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ (B) $\sqrt{\frac{4\pi}{G\rho}}$ (C) $\sqrt[3]{\frac{\pi}{G\rho}}$ (D) $\frac{2\pi}{\sqrt{G\rho}}$
- (69) બે ઉપગ્રહો A અને B એ પૃથ્વીની આસપાસ અનુક્રમે $4R$ અને R ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. જો ઉપગ્રહ A નો કક્ષીય વેગ $3v$ હોય, તો ઉપગ્રહ Bનો કક્ષીય વેગ
(A) $6 v$ (B) $12 v$ (C) $\frac{4}{3} v$ (D) $\frac{3}{2} v$
- (70) પૃથ્વીની આસપાસ વર્તુળાકાર કક્ષામાં પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા એક ઉપગ્રહનો કક્ષીય વેગ v_0 છે. બીજો ઉપગ્રહ જે પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા અડધી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે. તેનો કક્ષીય વેગ
(A) $\sqrt{\frac{3}{2}} v_0$ (B) $\sqrt{\frac{2}{3}} v_0$ (C) $\frac{2}{3} v_0$ (D) $\frac{3}{2} v_0$
- (71) પૃથ્વીની આસપાસ r ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરતા એક ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ T છે. જો આ જ ઉપગ્રહને $2r$ ત્રિજ્યાની કક્ષામાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે તો નવો આવર્તકાળ
(A) 2T (B) 1.5 T (C) 2.8 T (D) 0.5 T

(72) ઉપગ્રહ માટે કક્ષીય આવર્તકાળ T હોય તો તો ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા $\propto$

- (A) $\frac{1}{T}$ (B) $\frac{1}{T^3}$ (C) $T^{\frac{2}{3}}$ (D) $T^{\frac{-2}{3}}$

(73) m દળનો અને K જેટલી ગતિઊર્જા ધરાવતો એક ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ r ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે, તો ઉપગ્રહનું કોણીય વેગમાન

- (A) $\sqrt{\frac{K}{mr^2}}$ (B) $\frac{K}{2mr^2}$ (C) $\sqrt{2Kmr^2}$ (D) $\sqrt{2Kmr}$

જવાબો : 58 (B), 59 (B), 60 (D), 61 (C), 62 (B), 63 (C), 64 (B), 65 (A), 66 (C), 67 (C), 68 (A), 69 (A), 70 (B), 71 (C), 72 (D), 73 (C)

વિધાન-કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો

સૂચના : નીચેનાં વિધાન અને કારણ વાંચી નીચે આપેલ જવાબોમાંથી યોગ્ય પસંદ કરો :

- (a) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે તથા કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરે છે.
 (b) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે પરંતુ કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરતું નથી.
 (c) વિધાન સાચું છે પરંતુ કારણ ખોટું છે.
 (d) વિધાન ખોટું છે પરંતુ કારણ સાચું છે.

(74) **વિધાન :** જો પૃથ્વી એકાએક પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે, તો પૃથ્વીની સપાટી પર દરેક સ્થળોએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય સમાન મળે.

કારણ : ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીના ભ્રમણ પર આધાર રાખતું નથી.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(75) **વિધાન :** પૃથ્વીની સપાટી પરથી સપાટી સાથે 30° અને 60° કોણ બનાવતી દિશામાં પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થોના નિષ્ક્રમણ

$$\text{વેગ અનુક્રમે } v_1 = 2v_e \text{ તથા } v_2 = \frac{2v_e}{\sqrt{3}}.$$

કારણ : નિષ્ક્રમણ વેગનું મૂલ્ય પ્રક્ષિપ્ત કોણ પર આધારિત નથી.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(76) **વિધાન :** સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરતા ગ્રહની કોણીય ઝડપ, રેખીય ઝડપ અને ગતિઊર્જા સમય સાથે બદલાય છે, પણ કોણીય વેગમાન અચળ રહે છે.

કારણ : ભ્રમણ કરતા ગ્રહ પર કોઈ ટોર્ક લાગતું નથી તેથી કોણીય વેગમાન અચળ રહે છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(77) **વિધાન :** પદાર્થનું પૃથ્વીની સપાટી પર મળતું વજન એ બપોરના સમય કરતા મધ્યરાત્રિએ વધારે હોય છે.

કારણ : બપોરના સમયે પદાર્થ પર પૃથ્વી અને સૂર્યને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળો એકબીજાથી વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(78) **વિધાન :** પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ એ પૃથ્વીની સપાટીથી દૂર ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના કક્ષીય આવર્તકાળ કરતા ઓછો હોય છે.

કારણ : કક્ષીય આવર્તકાળનો વર્ગ એ કક્ષીય ત્રિજ્યાના ઘનના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(79) **વિધાન :** ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ એ તેની નિષ્ક્રમણ ઝડપ કરતા વધારે હોય.

કારણ : ઉપગ્રહની ભ્રમણકક્ષા પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં હોય જ્યારે નિષ્ક્રમણ પામતા ઉપગ્રહ માટે તે પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર હોય.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(80) વિધાન : જુદા જુદા ગ્રહો માટે નિષ્ક્રમણ ઝડપનાં મૂલ્યો જુદાં જુદાં હોય છે.

કારણ : નિષ્ક્રમણ ઝડપનું મૂલ્ય એ સાર્વત્રિક અચળાંક નથી.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(81) વિધાન : પદાર્થ પર ચંદ્રને કારણે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા ઘણું ઓછું હોય છે.

કારણ : આપેલા દળ m માટે ગુરુત્વાકર્ષણ બળ $\frac{M}{r^2}$ ના મૂલ્ય પર આધાર રાખે છે જે ચંદ્ર માટે ઘણું નાનું છે.

જ્યાં r = કેન્દ્રથી અંતર

(A) a (B) b (C) c (D) d

(82) વિધાન : બે કણો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ વિદ્યુત બળ કરતા ખૂબ જ નાનું (અવગણી શકાય તેવું) હોય છે.

કારણ : વિદ્યુત બળ માત્ર વિદ્યુતભારિત કણો વચ્ચે જ અનુભવાય છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(83) વિધાન : પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર પદાર્થ વજનરહિત બને છે.

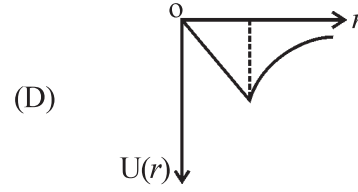
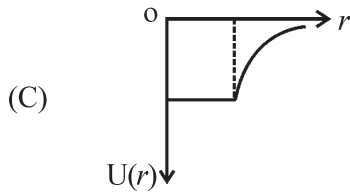
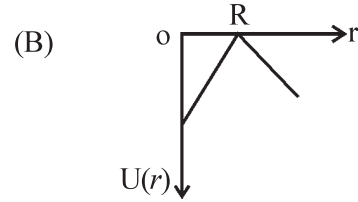
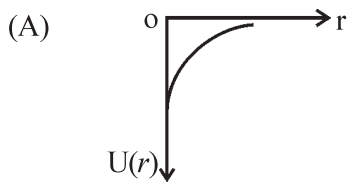
કારણ : પૃથ્વીની સપાટીથી જેમ અંતર ઘટે તેમ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય વધે છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

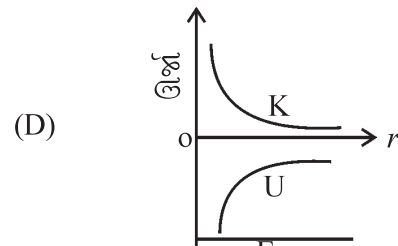
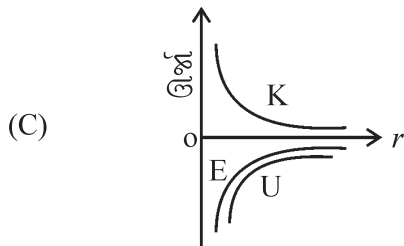
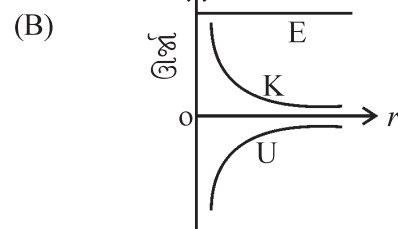
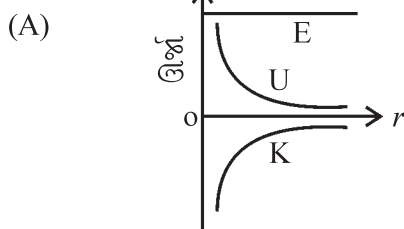
જવાબો : 74 (C), 75 (D), 76 (A), 77 (D), 78 (A), 79 (D), 80 (A), 81 (A), 82 (B), 83 (C)

આલેખ આધારિત પ્રશ્નો

(84) એક M દળ અને R ત્રિજ્યાના ગોળીય કવચના કેન્દ્રથી r અંતરે એક m દળનો કણ મૂકેલો છે, તો તંત્રની ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિ-ઊર્જા $U(r) \rightarrow$ કેન્દ્રથી અંતર (r) નો આલેખ

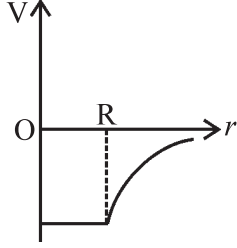


(85) નીચેના આલેખોમાંથી કયો આલેખ કોઈ ઉપગ્રહ માટે કુલ ઊર્જા (E), ગતિઊર્જા (K) અને સ્થિતિ-ઊર્જા (U) વિરુદ્ધ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી અંતર (r) સાથેનો સાચો સંબંધ દર્શાવે છે ?

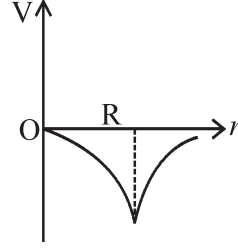


(86) કયો આલેખ પૃથ્વી માટે ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન વિરુદ્ધ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી અંતરનો સાચો સંબંધ દર્શાવે છે ?

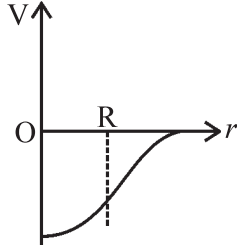
(A)



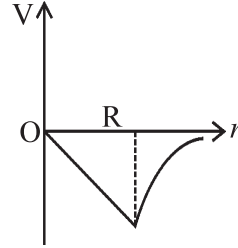
(B)



(C)



(D)



જવાબો : 84 (C), 85 (C), 86 (A)

ફકરા આધારિત પ્રશ્નો

ફકરો-1

કોઈ વિસ્તારમાં ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર નીચેના સૂત્રથી આપવામાં આવે છે. $\vec{I} = 5\hat{i} + 12\hat{j}$ N kg⁻¹, તો નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(87) ઊગમબિંદુ પર રાખેલા 2 kg દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ (મૂલ્ય)

(A) 26 N

(B) 30 N

(C) 20 N

(D) 35 N

(88) ઊગમબિંદુ પરનું સ્થિતિમાન શૂન્ય સ્વીકારીને બિંદુ (12 m, 0) અને (0, 5 m) પર સ્થિતિમાન શોધો.

(A) -30 J kg⁻¹, -30 J kg⁻¹

(B) -40 J kg⁻¹, -30 J kg⁻¹

(C) -60 J kg⁻¹, -60 J kg⁻¹

(D) -40 J kg⁻¹, -50 J kg⁻¹

(89) 2 kg દળના પદાર્થને ઊગમબિંદુથી (12 m, 5 m) બિંદુએ લઈ જવામાં આવે, તો તેની ગુરુત્વ સ્થિતિ-ઊર્જામાં થતો ફેરફાર

(A) -225 J

(B) -240 J

(C) -245 J

(D) -480 J

(90) જો પદાર્થને (12 m, 0)થી (0, 5m) બિંદુએ લઈ જવામાં આવે, તો તેની ગુરુત્વ સ્થિતિ-ઊર્જામાં થતો ફેરફાર

(A) -10 J

(B) 0

(C) -50 J

(D) -60 J

ફકરો-2

સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરતા પૃથ્વી અને મંગળની કક્ષાઓ વર્તુળાકાર ધારો. પૃથ્વી પરથી સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરી શકે તેવા એક કૃત્રિમ ઉપગ્રહને એવી રીતે છોડવામાં આવે કે જેનો apogee એ મંગળની ભ્રમણ કક્ષા પર અને perigee એ પૃથ્વીની ભ્રમણ કક્ષા પર હોય. સૂર્યની આસપાસ પૃથ્વી અને મંગળના કક્ષીય આવર્તકાળ અનુક્રમે T_e અને T_m છે તથા જુદા જુદા ચલોની સંજ્ઞાઓ નીચે મુજબ છે :

M_e = પૃથ્વીનું દળ, M_m = મંગળનું દળ, M = કૃત્રિમ ઉપગ્રહનું દળ, L_e = સૂર્યની આસપાસ પૃથ્વીનું કોણીય વેગમાન, L_m = સૂર્યની આસપાસ મંગળનું કોણીય વેગમાન, R_e = પૃથ્વીની કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ, R_m = મંગળની કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ, E_e = પૃથ્વીની કુલ ઊર્જા, E_m = મંગળની કુલ ઊર્જા

(91) સૂર્યની આસપાસ ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ (પૃથ્વી અને મંગળની ગુરુત્વાકર્ષણ અસરો અવગણો)

(A) $\frac{T_e + T_m}{2}$

(B) $\sqrt{T_e T_m}$

(C) $\frac{2T_e T_m}{T_e + T_m}$

(D) $\left[\frac{T_e^{\frac{2}{3}} + T_m^{\frac{2}{3}}}{2} \right]^{\frac{3}{2}}$

(92) ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા

(A) $\frac{2M}{M_e} \left(\frac{R_e E_e}{R_e + R_m} \right)$

(B) $\frac{2M}{M_m} \left(\frac{R_e E_e}{R_e + R_m} \right)$

(C) $\frac{2E_e M}{M_m} \left(\frac{R_e + R_m}{R_m} \right)$

(D) $\frac{2E_e M}{M_e} \left(\frac{R_e + R_m}{\sqrt{R_e^2 + R_m^2}} \right)$

(93) સૂર્યની આસપાસ ઉપગ્રહનો ક્ષેત્રીય વેગ એ

(A) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા ઓછો

(B) મંગળના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા વધારે

(C) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ જેટલો

(D) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા વધારે

જવાબો : 87 (A), 88 (C), 89 (B), 90 (B), 91 (D), 92 (A), 93 (D)

જોડકાં આધારિત પ્રશ્નો

(94) એક ઉપગ્રહને એક ગ્રહની સપાટી પરથી ઊર્ધ્વ દિશામાં v વેગથી પ્રક્ષિપ્ત કરવામાં આવે છે. ગ્રહની નજીક મુક્ત પતન પામતા પદાર્થ માટે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય 4.9 ms^{-2} મળે છે. આ ગ્રહની ત્રિજ્યા $3.2 \times 10^6 \text{ km}$ છે. v ની જુદી જુદી કિંમતો માટે પ્રક્ષિપ્ત ઉપગ્રહના ગતિપથની ધારણા કરવામાં આવે છે, તો વેગના જુદા જુદા મૂલ્ય અનુસાર તેને અનુરૂપ ગતિપથને જોડો :

કોલમ-1		કોલમ-2	
(a)	$v = 4 \text{ km s}^{-1}$	(p)	લંબવૃત્તીય
(b)	$v = 5 \text{ km s}^{-1}$	(q)	વર્તુળાકાર
(c)	$v = 5.6 \text{ km s}^{-1}$	(r)	અતિવલયાકાર
(d)	$v = 6.6 \text{ km s}^{-1}$	(s)	પરવલયાકાર

(A) $a \rightarrow q$ $b \rightarrow p$ $c \rightarrow s$ $d \rightarrow r$

(B) $a \rightarrow p$ $b \rightarrow q$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow s$

(C) $a \rightarrow s$ $b \rightarrow r$ $c \rightarrow p$ $d \rightarrow q$

(D) $a \rightarrow r$ $b \rightarrow s$ $c \rightarrow q$ $d \rightarrow p$

(95) જોડકાં જોડો :

કોલમ-1		કોલમ-2	
(a)	ગ્રહની લંબવૃત્તીય કક્ષા	(p)	ગતિઊર્જા સંરક્ષણ
(b)	ઉપગ્રહની વર્તુળાકાર કક્ષા	(q)	કોણીય વેગમાન સંરક્ષણ
(c)	નિષ્ક્રમણ વેગ	(r)	ઉપગ્રહના દળથી સ્વતંત્ર
(d)	કક્ષીય વેગ	(s)	$\sqrt{\frac{GM}{R}}$
		(t)	ક્ષેત્રીય વેગ અચળ

(A) $a \rightarrow q, t$ $b \rightarrow p, q, t$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow r, s$

(B) $a \rightarrow p, r$ $b \rightarrow q, r$ $c \rightarrow t$ $d \rightarrow p$

(C) $a \rightarrow s$ $b \rightarrow r$ $c \rightarrow s$ $d \rightarrow t$

(D) $a \rightarrow p$ $b \rightarrow q$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow s$

જવાબો : 94 (A), 95 (A)



સ્થિતિસ્થાપકતા : પદાર્થ પર પરિણામી બાહ્યબળ (વિરૂપક બળ) લગાડતાં તેમાં વિરૂપણ ઉત્પન્ન થાય છે. આ વિરૂપણનો વિરોધ કરતું અને પદાર્થની મૂળ સ્થિતિ જાળવવા પદાર્થમાં ઉદ્ભવતું બળ પુનઃસ્થાપક બળ કહેવાય અને પદાર્થમાં ઉદ્ભવતાં વિરૂપણનો વિરોધ કરવાના પદાર્થના ગુણધર્મને **સ્થિતિસ્થાપકતા** કહે છે.

સંપૂર્ણ સ્થિતિસ્થાપક પદાર્થ : વિરૂપક બળ દૂર થતાં જો પદાર્થ સંપૂર્ણ રીતે મૂળ અવસ્થા પ્રાપ્ત કરી લે તો તે સંપૂર્ણ સ્થિતિસ્થાપક પદાર્થ છે. વ્યવહારમાં આવા પદાર્થ મળવા શક્ય નથી. તે આદર્શ સ્થિતિ છે.

સંપૂર્ણ સ્થિતિસ્થાપક પદાર્થની સૌથી નજીકનો પદાર્થ : ક્વાર્ટ્ઝ રેસાઓ

અસ્થિતિસ્થાપક પદાર્થ : વિરૂપક બળ દૂર થવા છતાં પણ પદાર્થ પોતાની વિરૂપિત સ્થિતિ જાળવી રાખે અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછા ફરવાનું વલણ ધરાવતા નથી. ઉદાહરણ : મીણ, બીની માટી

દૃઢ પદાર્થ : પરિણામી બાહ્ય બળની અસર હેઠળ પદાર્થના બંધારણીય કણોના સાપેક્ષ સ્થાન અફર રહેતા હોય છે. તેવા પદાર્થને દૃઢ પદાર્થ કહે છે.

પ્રતિબળ : પદાર્થના એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ ઉદ્ભવતું પુનઃસ્થાપક બળ એટલે પ્રતિબળ.

$$\text{પ્રતિબળ } \sigma = \frac{F}{A} \frac{(\text{પુનઃસ્થાપક બળ})}{(\text{આડછેદનું ક્ષેત્રફળ})}$$

એકમ : Nm^{-2}

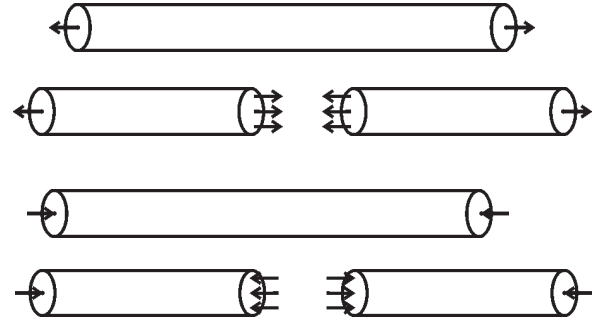
પારિમાણિક સૂત્ર : $M^1L^{-1}T^{-2}$

પ્રકારો :

(1) **પ્રતાન પ્રતિબળ (σ_p) :** પદાર્થની લંબાઈને સમાંતરે લાગતા બળને કારણે ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ.

પ્રતાન પ્રતિબળના પ્રકારો :

- **તણાવ પ્રતિબળ :** પદાર્થ પર બાહ્યબળ લગાડતાં પદાર્થની લંબાઈમાં વધારો થાય, તો પરિણામે ઉદ્ભવતાં પ્રતાન પ્રતિબળને તણાવ પ્રતિબળ કહે છે.
- **દાબીય પ્રતિબળ :** પદાર્થ પર બાહ્ય બળ લગાડતાં પદાર્થની લંબાઈમાં ઘટાડો થાય, તો પરિણામે ઉદ્ભવતાં પ્રતિબળને દાબીય પ્રતિબળ કહે છે.



(2) **કદ પ્રતિબળ અથવા લંબ પ્રતિબળ (σ_v) :** પદાર્થની સપાટીના પ્રત્યેક બિંદુએ સપાટીને લંબરૂપે ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ. આ પ્રતિબળ પદાર્થના કદમાં થતા ફેરફારનો વિરોધ કરે છે.

(3) **સ્પર્શીય પ્રતિબળ અથવા આકાર પ્રતિબળ (σ_s) :** પદાર્થની સપાટીને સમાંતરે ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ. આ પ્રતિબળ પદાર્થના આકારમાં થતા ફેરફારનો વિરોધ કરે છે.

નોંધ : સામાન્ય સ્થિતિમાં રહેલા પદાર્થનું આંતર આણ્વીય અંતર $r = r_0$. પદાર્થ પર બાહ્ય બળ લગાડતાં...

- જ્યારે બાહ્ય બળ પદાર્થને સંકોચે ત્યારે ($r < r_0$) $\rightarrow$ આંતર આણ્વીય બળો અપાકર્ષી બને.
- જ્યારે બાહ્ય બળ પદાર્થનું વિસ્તરણ કરાવે ત્યારે ($r > r_0$) $\rightarrow$ આંતર આણ્વીય બળો આકર્ષી બને.

દબાણ અને પ્રતિબળનો તફાવત :

દબાણ	પ્રતિબળ
● અદિશ ● દબાણ હંમેશાં સપાટીના પ્રત્યેક બિંદુએ લંબરૂપે હોય. ● એ દાબીય ગુણધર્મ ધરાવે છે.	● ટેન્સર ● પ્રતિબળ લંબરૂપે કે સ્પર્શીય હોઈ શકે. ● એ દાબીય અને તણાવ બંને ગુણધર્મો ધરાવે છે.

ઉષ્મીય પ્રતિબળ : કોઈ તાર કે સળિયાના બંને છેડા દૃઢપણે જડિત આધાર સાથે જોડાયેલા હોય ત્યારે જો તેના તાપમાનમાં ઘટાડો કરવામાં આવે, તો તાર કે સળિયામાં દાબીય પ્રતિબળ ઉદ્ભવે છે. આ દાબીય પ્રતિબળને **ઉષ્મીય પ્રતિબળ** પણ કહે છે.

$$\text{ઉષ્મીય પ્રતિબળ } \sigma = Y \alpha \Delta T$$

જ્યાં, Y = યંગ મોડ્યુલસ, α = રેખીય પ્રસરણાંક, ΔT = તાપમાનમાં ફેરફાર

વિકૃતિ

- પદાર્થ પર પરિણામી બાહ્ય વિરૂપક બળ લગાડતાં તેના લંબાઈ, કદ કે આકારમાં ફેરફાર થાય છે.
- બાહ્ય વિરૂપક બળની અસર હેઠળ પદાર્થના પરિમાણમાં થતા ફેરફાર અને મૂળ પરિમાણના ગુણોત્તરને વિકૃતિ કહે છે.
- વિકૃતિ એકમરહિત અને પરિમાણરહિત ભૌતિકરાશિ છે.

પ્રકારો

- (1) **પ્રતાન વિકૃતિ (ϵ_l) :** પદાર્થ પર પરિણામી બાહ્યબળ લગાડતાં પદાર્થની લંબાઈમાં થતા ફેરફાર અને મૂળ લંબાઈના ગુણોત્તરને પ્રતાન વિકૃતિ કહે છે.

$$\epsilon_l = \frac{\Delta l}{l}$$

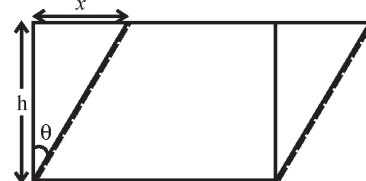
- તણાવ વિકૃતિ $\rightarrow$ લંબાઈમાં વધારો
- દાબીય વિકૃતિ $\rightarrow$ લંબાઈમાં ઘટાડો

- (2) **કદ વિકૃતિ (ϵ_v) :** પદાર્થની સપાટી પર દરેક બિંદુએ લંબરૂપે પરિણામી બાહ્ય બળ લગાડતાં પદાર્થના કદમાં થતા ફેરફાર અને મૂળ કદના ગુણોત્તરને કદ વિકૃતિ કહે છે.

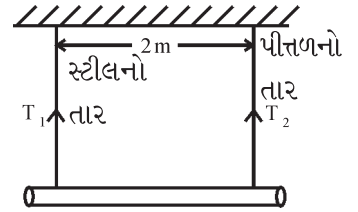
$$\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V}$$

- (3) **આકાર વિકૃતિ (ϵ_s) :** પદાર્થની સપાટી પર કે આડછેદ પર સ્પર્શીય બળ લગાડવામાં આવે ત્યારે ઉદ્ભવતી વિકૃતિને આકાર વિકૃતિ કહે છે.

$$\epsilon_s = \frac{x}{h}$$

પ્રકાર	પ્રતિબળ	વિકૃતિ
પ્રતાન	$\sigma_l = \frac{\text{આડછેદને લંબરૂપે લાગતું પુનઃસ્થાપક બળ}}{\text{આડછેદનું ક્ષેત્રફળ}}$ $\sigma_l = \frac{F}{A}$	$\epsilon_l = \frac{\text{લંબાઈમાં થતો ફેરફાર}}{\text{મૂળ લંબાઈ}}$ $\epsilon_l = \frac{\Delta l}{l}$
કદ	$\sigma_v = \frac{\text{સપાટીના પ્રત્યેક બિંદુએ લંબરૂપે લાગતું બળ}}{\text{સપાટીનું ક્ષેત્રફળ}}$ $\sigma_v = \frac{F}{A} = \frac{PA}{A} = P \quad (\text{જ્યાં } P = \text{દબાણ})$	$\epsilon_v = \frac{\text{કદમાં થતો ફેરફાર}}{\text{મૂળ કદ}}$ $\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V}$
આકાર	$\sigma_s = \frac{\text{સ્પર્શીય બળ}}{\text{ક્ષેત્રફળ}}$ $= \frac{F_s}{A}$ એકમ Nm^{-2}	$\epsilon_s = \frac{x}{h} = \tan \theta$  એકમરહિત

- (1) રબરની એક દોરીની લંબાઈ l_1 છે, ત્યારે તેના ઉપર 3 N જેટલું તણાવબળ લાગેલું છે. જ્યારે આ તણાવબળ 4 N કરીએ છીએ ત્યારે તેની લંબાઈ l_2 થાય છે, તો જ્યારે તણાવબળ 7 N કરીશું ત્યારે તે દોરીની લંબાઈ કેટલી થશે?
 (A) $4l_2 - 5l_1$ (B) $7l_2 - l_1$ (C) $4l_2 - 3l_1$ (D) $3l_2 - 4l_1$
- (2) 1 મીટર લાંબો સમક્ષિતિજ સળિયો, તેના એક છેડામાંથી પસાર થતી લંબ ધરીની આસપાસ ફરે છે, તો આ સળિયાને પ્રતિ સેકન્ડે કેટલા પરિભ્રમણની ગતિથી ફેરવતાં એ તૂટી જશે ?
 (પદાર્થનું બ્રેકિંગ પ્રતિબળ = $3 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ અને સળિયાના દ્રવ્યની ઘનતા 6000 kgm^{-3} છે.)
 (A) 1000 rps (B) 318.2 rps (C) 159 rps (D) 259 rps
- (3) 1 kg દળ અને 10^{-4} m^2 જેટલું આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા 2 m લંબાઈના સ્ટીલના એક નિયમિત સળિયાને દૃઢ આધાર પરથી લટકાવીને તેના મુક્ત છેડે એક 1 kg જેટલા જ દળનો પદાર્થ લટકાવ્યો છે, તો આ સળિયાના મધ્યબિંદુએ ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ છે. ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)
 (A) $20 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$ (B) 10^5 Nm^{-2} (C) શૂન્ય (D) $15 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$
- (4) એક તાર પર 27 kg થી વધુ દળ લટકાવતાં તે તૂટી જાય છે. આ જ દ્રવ્યના બનેલા અન્ય એક ત્રીજા ભાગની ત્રિજ્યાવાળા તાર પર લટકાવી શકાતું મહત્તમ દળ કેટલું હશે ?
 (A) 9 kg (B) 3 kg (C) 27 kg (D) 81 kg
- (5) એક ધાતુના બનેલ L લંબાઈના અને m દળના સળિયાના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A છે. આ સળિયાના નીચેના છેડે M દળ લટકાવવામાં આવે છે, તો સળિયાના ઉપરના છેડેથી $\frac{L}{4}$ અંતરે આવેલા આડછેદ પર પ્રતિબળ કેટલું થશે ?
 (A) $\frac{Mg}{A}$ (B) $\left(M + \frac{m}{4}\right) \frac{g}{A}$ (C) $\left(M + \frac{3m}{4}\right) \frac{g}{A}$ (D) $(M + m) \frac{g}{A}$
- (6) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ સમક્ષિતિજ દૃઢ આધાર પરથી 100 cm લંબાઈનો એક હળવા વજનની ધાતુનો સળિયો એવી રીતે લટકાવ્યો કે તે સમક્ષિતિજ રહે. સળિયાના એક છેડા પર સ્ટીલનો તાર અને બીજા છેડા પર પિત્તળનો તાર આવેલો છે. સ્ટીલના તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 0.2 cm^2 અને પિત્તળના તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 0.4 cm^2 છે. બંને તારની લંબાઈ સમાન છે. હવે આ સળિયા પર કેટલા અંતરે વજન (W) લટકાવવામાં આવે તો સ્ટીલ અને પિત્તળના તારમાં ઉદ્ભવતા તણાવ બળોનું મૂલ્ય સમાન બને ?
 (A) સ્ટીલના તારથી $\frac{2}{3} \text{ m}$ અંતર (B) પિત્તળના તારથી $\frac{4}{3} \text{ m}$ અંતર
 (C) સ્ટીલના તારથી 1 m અંતર (D) પિત્તળના તારથી $\frac{1}{4} \text{ m}$ અંતર



જવાબો : 1 (C), 2 (C), 3 (D), 4 (B), 5 (C), 6 (A)

હુકનો નિયમ અને સ્થિતિસ્થાપકતા અંક

નાના વિરૂપણ માટે (સ્થિતિસ્થાપકતાની હદ સુધી) પ્રતાન પ્રતિબળ એ પ્રતાન વિકૃતિના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$$\sigma_l \propto \epsilon_l \Rightarrow \sigma_l = Y \epsilon_l$$

$$\therefore \text{યંગ મોડ્યુલસ } Y = \frac{\sigma_l}{\epsilon_l} = \frac{FL}{A\Delta L}$$

$$\text{બલ્ક મોડ્યુલસ } B = \frac{\sigma_v}{\epsilon_v} = -\frac{PV}{\Delta V}$$

$$\text{દબનીયતા } K = \frac{1}{B}$$

દૃઢતા સ્થિતિસ્થાપકતા અંક અથવા મોડ્યુલસ ઓફ રીજિડિટી

$$\eta = \frac{\sigma_s}{\epsilon_s} = \frac{F/A}{x/h} = \frac{Fh}{Ax}$$

- (7) મહાસાગરની સપાટી ઉપર પાણીની ઘનતા ρ છે. જો પાણીનો બલ્ક મોડ્યુલસ $= B$ હોય, તો પાણીની સપાટીથી અમુક ઊંડાઈએ દબાણ $\propto P_a$ હોય ત્યાં પાણીની ઘનતા (વાતાવરણનું દબાણ P_a છે, α અચળાંક છે.)

(A) $\frac{\rho B}{B \alpha P_a}$ (B) $\frac{\rho B}{B - \alpha P_a}$ (C) $\frac{\rho B}{B + (\alpha - 1) P_a}$ (D) $\frac{\rho B}{B - (\alpha - 1) P_a}$

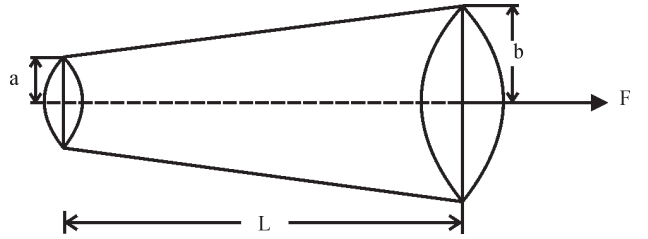
- (8) બલ્ક મોડ્યુલસ B ધરાવતા પદાર્થમાંથી બનાવેલા, R ત્રિજ્યાવાળા ઘન ગોળાને ફરતે A જેટલા આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા નળાકાર વાસણમાં પ્રવાહી ભરેલું છે. A જેટલો આડછેદના ક્ષેત્રફળવાળો વજનરહિત પીસ્ટન આ પ્રવાહીની સપાટી ઉપર તરે છે. જ્યારે પ્રવાહીને સંકોચવા માટે દળ M_1 , પીસ્ટન પર મૂકવામાં આવે છે. ત્યારે ગોળાની ત્રિજ્યામાં થતો સાપેક્ષ ફેરફાર

(A) $\frac{Mg}{3AB}$ (B) $\frac{Mg}{2AB}$ (C) $\frac{Mg}{AB}$ (D) $\frac{3Mg}{AB}$

- (9) 0.5 m લંબાઈનો, 0.1 m ત્રિજ્યાનો પાતળો ધાતુનો તાર, 400 rad s^{-1} ના કોણીય વેગથી તેના એક છેડામાંથી લંબરૂપે પસાર થતી ધરીને અનુલક્ષીને સમક્ષિતિજ સમતલમાં ફરે છે. જો, તારના મટિરિયલની ઘનતા 10^4 kgm^{-3} અને તારના દ્રવ્યનો યંગમોડ્યુલસ $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ હોય, તો તારનું લંબાઈમાં વિસ્તરણ કેટલું થશે ?

(A) $\frac{1}{6} \text{ mm}$ (B) $\frac{1}{3} \text{ mm}$ (C) $\frac{1}{2} \text{ mm}$ (D) 1 mm

- (10) આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે જ્યારે સંગત બળ F લગાડવામાં આવે ત્યારે તારમાં ઉત્પન્ન થતું ખેંચાણ કેટલું થાય ? ($Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$)



(A) $\frac{F}{\pi(b^2 - a^2)Y}$ (B) $\frac{F}{\pi\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 Y}$

(C) $\frac{F}{\pi\left(\frac{a^2 + b^2}{2}\right)Y}$ (D) $\frac{F}{\pi ab Y}$

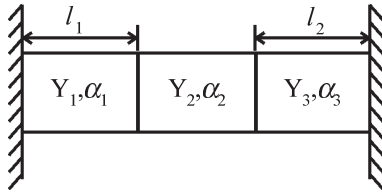
- (11) r ત્રિજ્યા અને B બલ્ક મોડ્યુલસ વાળા પદાર્થમાંથી બનાવેલ નક્કર ગોળાને ફરતે નળાકાર પાત્રમાં પ્રવાહી છે. આ પ્રવાહીમાં એક વજનરહિત પીસ્ટન કે જેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ a છે તે પ્રવાહીની સપાટી ઉપર તરે છે. આ પ્રવાહીને દબાવવા માટે, જ્યારે પીસ્ટન ઉપર m દળ મૂકવામાં આવે છે ત્યારે તેની ત્રિજ્યામાં થતો આંશિક વધારો $\frac{\Delta r}{r}$ થાય.

(A) $B \frac{a}{mg}$ (B) $\frac{a}{3mg}$ (C) $\frac{mg}{3Ba}$ (D) $\frac{mg}{Ba}$

- (12) 3 cm ત્રિજ્યા ધરાવતા એક નક્કર નળાકાર તારમાં વળ ચઢાવી શકે તેવું એક બળયુગ્મ લગાડતાં તારમાં એક એકમ દીઠ 0.1 એકમનો વળ ચઢે છે. હવે 4 cm જેટલી અંદરની ત્રિજ્યા અને 5 cm જેટલી બહારની ત્રિજ્યા ધરાવતા એક પોલા નળાકાર પર ઉપર જેટલું જ બળયુગ્મ લગાડતાં નળાકારમાં દર એકમે કેટલો વળ ચઢશે ?

(A) 0.1 એકમ (B) 0.455 એકમ (C) 0.91 એકમ (D) 1.82 એકમ

(13)



સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અને સમાન કદ ધરાવતા ત્રણ સળિયાઓના યંગ મોડ્યુલસ અનુક્રમે Y_1 , Y_2 અને Y_3 છે. તેમના ઉષ્મા પ્રસારણના સહગુણકો અનુક્રમે α_1 , α_2 અને α_3 છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ આ સળિયાઓને એકબીજા સાથે જોડી સંયુક્ત સળિયા તરીકે બે જડિત દીવાલો વચ્ચે મૂકેલા છે. આખા તંત્રનું ઉષ્ણતામાન વધારતાં જણાય છે કે વચ્ચેનો સળિયો તાપમાનના વધારા સાથે લંબાઈનો ફેરફાર અનુભવતો નથી, તો ઉષ્ણતામાનના વધારા પહેલાના l_1/l_2 ની ગણતરી કરો.

જ્યાં l_1 = પ્રથમ સળિયાની લંબાઈ, l_2 = ત્રીજા સળિયાની લંબાઈ

(A) $\left(\frac{Y_2 \alpha_2 - Y_1 \alpha_1}{Y_3 \alpha_3 - Y_2 \alpha_2} \right) \frac{Y_3}{Y_1}$

(B) $\left(\frac{Y_3 \alpha_3 - Y_2 \alpha_2}{Y_2 \alpha_2 - Y_1 \alpha_1} \right) \frac{Y_1}{Y_3}$

(C) $\frac{Y_1 \alpha_1}{Y_3 \alpha_3}$

(D) $\frac{Y_3 \alpha_3}{Y_1 \alpha_1}$

(14)

સમાન જાડાઈ ધરાવતું લાકડાનું એક બોર્ડ (પાટિયું) લીસી સમક્ષિતિજ સપાટી પર F_0 જેટલા અચળ સમક્ષિતિજ બળની અસરથી ગતિ કરે છે. તેનો યંગ મોડ્યુલસ Y છે. આડછેદનું ક્ષેત્રફળ A હોય, તો બળની દિશામાં ઉદ્ભવતી દાબીય વિકૃતિ

(A) $\frac{F_0}{AY}$

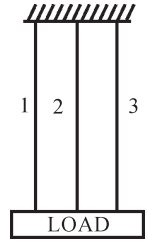
(B) $\frac{2F_0}{AY}$

(C) $\frac{F_0}{2AY}$

(D) $\frac{3F_0}{2AY}$

(15)

સમાન લંબાઈ તથા સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સ્ટીલ, એલ્યુમિનિયમ તથા ટેંગસ્ટનના તારના યંગ મોડ્યુલસ અનુક્રમે $Y_1 = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $Y_2 = 0.7 \times 10^{11} \text{ Pa}$ અને $Y_3 = 3.6 \times 10^{11} \text{ Pa}$ છે. તેમને એક જ દૃઢ આધાર પરથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ સમાન તણાવબળ આપી લટકાવેલા છે, તો તેમની ગોઠવણીનો સમતુલ્ય યંગ મોડ્યુલસ Pa થાય.



(A) 6.3×10^{11}

(B) 2.1×10^{11}

(C) 0.8×10^{22}

(D) 7.099

(16)

કોઈ એક અજ્ઞાત ધાતુમાં અણુઓ વચ્ચેનું સરેરાશ અંતર $3.2 \times 10^{-10} \text{ m}$ છે. તેમની વચ્ચે લાગતા આંતર અણુબળમાં અચળાંકનું મૂલ્ય 6 Nm^{-1} હોય, તો અજ્ઞાત ધાતુનો યંગ મોડ્યુલસ Nm^{-2} થાય.

(A) 2.33×10^5

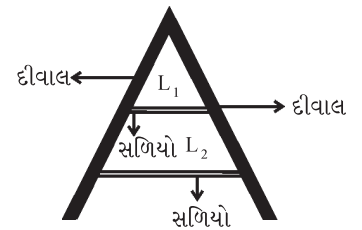
(B) 18.75×10^{10}

(C) 0.1875×10^{10}

(D) 1.875×10^{10}

(17)

Y_1 અને Y_2 યંગ મોડ્યુલસવાળા તથા α_1 અને α_2 રેખીય તાપમાન પ્રસરણાંકવાળા, $L_1 = 10 \text{ cm}$ અને $L_2 = 20 \text{ cm}$ લંબાઈના બે સળિયાઓને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે દીવાલો સાથે બાંધેલા છે. બંને સળિયાઓના તાપમાનમાં સમાન વધારો કરવામાં આવે છે. $\alpha_1 : \alpha_2 = 3 : 4$ છે. સળિયાઓને ગરમ કરતાં વાંકા વળતા નથી. તો બંને સળિયામાં ઉદ્ભવતું ઉષ્મીય પ્રતિબળ સમાન રાખવું હોય તો $Y_1 : Y_2 = \dots\dots$



(A) 1:1

(B) 3:4

(C) 4:3

(D) 4:9

(18)

R ત્રિજ્યાની લાકડાની તકતી પર, તેના કરતા અડધી ત્રિજ્યાની રિંગ સમકેન્દ્રીય રીતે જડેલી છે. તેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 100 cm^2 છે. જો રિંગના દ્રવ્યનો યંગ મોડ્યુલસ $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ હોય, તો સ્ટીલની રિંગને વિસ્તરવા માટે કેટલા બળની જરૂર પડશે ?

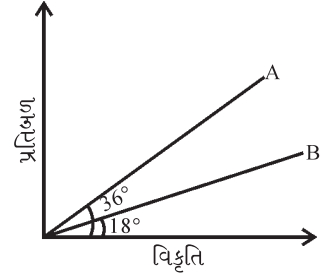
(A) $4 \times 10^9 \text{ N}$

(B) $2 \times 10^9 \text{ N}$

(C) $2 \times 10^{13} \text{ N}$

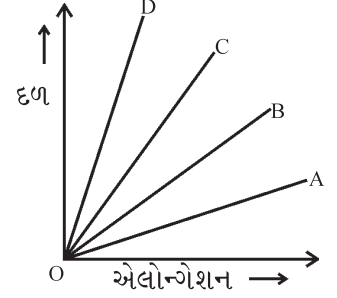
(D) 10^{13} N

- (19) બે જુદા જુદા દ્રવ્યોના તાર A અને B માટેનો પ્રતિબળ $\rightarrow$ વિરુદ્ધ વિકૃતિનો આલેખ દર્શાવેલ છે. જો Y_A અને Y_B તેમના યંગ મોડ્યુલસ હોય તો, $\frac{Y_A}{Y_B} = \dots\dots$ [$\tan 36^\circ \approx 0.75$, $\tan 18^\circ \approx 0.3$]



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{2}{1}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

- (20) એક જ દ્રવ્યના ચાર જુદી-જુદી લંબાઈ તારના છેડે લટકાવેલ દળ વિરુદ્ધ એલોન્ગેશનનો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. સૌથી જાડા તાર માટેનો આલેખ $\dots\dots$ છે.



- (A) OD (B) OC
(C) OB (D) OA

જવાબો : 7 (D), 8 (A), 9 (B), 10 (D), 11 (C), 12 (B), 13 (B), 14 (C), 15 (B), 16 (D), 17 (C), 18 (B), 19 (D), 20 (A)

પોઈસનનો ગુણોત્તર

- પાર્શ્વિક વિકૃતિ અને પ્રતાન વિકૃતિના ગુણોત્તરને પોઈસનનો ગુણોત્તર (પોઈસન રેશિયો) કહે છે.

$$\mu = \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L} \quad \text{જ્યાં } D = \text{આડછેદનો વ્યાસ}$$

- $\mu < 0.5$
- મોટા ભાગના ઘન પદાર્થો માટે $\frac{1}{4} < \mu < \frac{1}{3}$
- રબર માટે μ નું મૂલ્ય 0.5ની ખૂબ જ નજીક છે.

સ્થિતિસ્થાપકીય સ્થિતિ-ઊર્જા

$$U = \frac{AY}{2L}(\Delta L^2) \quad \left| \begin{array}{l} A = \text{આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, } Y = \text{યંગ મોડ્યુલસ,} \\ L = \text{મૂળ લંબાઈ, } \Delta L = \text{લંબાઈમાં થતો વધારો} \end{array} \right.$$

- એકમ કદ દીઠ ઊર્જા = $\frac{U}{\text{કદ (V)}} = \frac{1}{2} \times Y \times \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2$

$$\therefore \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \times \text{પ્રતિબળ} \times \text{વિકૃતિ}$$

ખાસ યાદ રાખો :

- બે વાયર માટે જો $Y_1 = Y_2$
 $F_1 = F_2$

$$\therefore \Delta L \propto \frac{L}{r^2} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

- બે વાયર માટે જો $Y_1 = Y_2$
 $L_1 = L_2$

$$\therefore \Delta L \propto \frac{F}{r^2} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{F_2 r_1^2}{F_1 r_2^2}$$

- તાપમાન સાથે Y, B, η માં ઘટાડો થાય છે. કારણ કે બે અણુ વચ્ચેનું અંતર વધે છે.
- l લંબાઈ અને r ત્રિજ્યાના વાયરને એક છેડે જડિત કરીને બીજા છેડેથી θ ખૂણે વળ ચડાવતાં તેમાં ઉદ્ભવતું

પુનઃસ્થાપક ટોર્ક $\tau = \frac{\pi \eta r^4 \theta}{2l}$ જ્યાં η = દૃઢતા સ્થિતિસ્થાપકતા અંક

(21) હવાના અણુની સ્થિતિ-ઊર્જા $U = \frac{M}{r^6} - \frac{N}{r^{12}}$ છે. જ્યાં M અને N ધન અચળાંકો છે, તો પદાર્થની સમતોલ સ્થિતિની સ્થિતિ-ઊર્જા

- (A) 0 (B) $\frac{N^2}{4M}$ (C) $\frac{M^2}{4N}$ (D) $\frac{MN^2}{4}$

(22) એક પદાર્થનો પોઈસન ગુણોત્તર 0.1 છે. જો આ પદાર્થના સળિયાનું પ્રલંબિત ખેંચાણ 10^{-3} છે, તો તેના કદમાં થતો પ્રતિશત ફેરફાર કેટલો ?

- (A) 0.008 % (B) 0.08 % (C) 0.8 % (D) 8 %

(23) એક પદાર્થનો પોઈસન ગુણોત્તર 0.5 છે. તેમાંથી બનાવેલ એકરૂપ સળિયાને પ્રલંબિત (પ્રતાન) ખેંચાણ (પ્રતાન વિકૃતિ) 2×10^{-3} N આપવામાં આવે, તો તેના કદનો વધારો કેટલા ટકા થશે ?

- (A) 2 % (B) 2.5 % (C) 5 % (D) 0 %

(24) એક જ દ્રવ્યના બનેલા તથા સમાન લંબાઈ ધરાવતા બે તારના વ્યાસનો ગુણોત્તર 2 : 3 છે. હવે જો તેમને સમાન બળની અસર હેઠળ તણાવ આપવામાં આવે, તો બંને તારના એકમ કદ દીઠ સ્થિતિ-ઊર્જાનો ગુણોત્તર કેટલો થાય ?

- (A) 2:3 (B) 81:16 (C) 9:4 (D) 16:81

(25) સ્ટીલના એક તાર પર 20 Nm^{-2} જેટલું તણાવ પ્રતિબળ લગાડવામાં આવે છે. તો તારના એકમ કદ દીઠ સંગૃહીત સ્થિતિસ્થાપકીય સ્થિતિ-ઊર્જા Jm^{-3} હોય છે. ($Y = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$)

- (A) 0.5×10^{-11} (B) 10^9 (C) 10^{-9} (D) 2×10^{-9}

જવાબો : 21 (C), 22 (B), 23 (D), 24 (B), 25 (C)

તરલ દબાણ

- તરલ દબાણ $P = \frac{F}{A}$

એકમમાં $1 \text{ Pa} = 1 \text{ Nm}^{-2}$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ torr} = 133.28 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 76 \text{ cm-Hg} = 760 \text{ mm-Hg}$$

પ્રવાહીનો શ્રસ્ટ (ધક્કો) :

પ્રવાહી સાથે સંપર્કમાં રહેલી સપાટી પર પ્રવાહી વડે લાગતા કુલ બળને પ્રવાહીનો શ્રસ્ટ કહે છે.

- તરલ સ્તંભથી ઉદ્ભવતું દબાણ
 $P - P_a = h\rho g$ (ગેજ પ્રેશર)

કુલ દબાણ $P = P_a + h\rho g$

પાસ્કલનો નિયમ : જો ગુરુત્વીય અસરો અવગણવામાં આવે તો સંતુલન અવસ્થામાં રહેલા અદબનીય તરલમાં પ્રત્યેક બિંદુએ દબાણ સમાન હોય છે.

હાઇડ્રોલિક પ્રેસનો સિદ્ધાંત :

$$P = \frac{F_1}{a} = \frac{F_2}{A}$$

વ્યવહારિક રીતે $\frac{F_1}{a} = \frac{W}{A}$

જ્યાં $A \gg a$ તો $F_1 \ll W$ તથા $F_2 > W$

આર્કિમિડિસનો સિદ્ધાંત :

જ્યારે કોઈ પદાર્થને પ્રવાહીમાં સંપૂર્ણપણે કે આંશિક રીતે ડૂબાડવામાં આવે, ત્યારે વિસ્થાપિત થતું પ્રવાહી તે પદાર્થ પર પોતાના વજન જેટલું જ ઉત્પ્લાવક બળ લગાડે છે. આ બળ પ્રવાહીના મૂળ દ્રવ્યમાન કેન્દ્રથી ઉર્ધ્વ દિશામાં લાગે છે. $[F_b = V_f \rho_f g]$ જ્યાં $F_b =$ ઉત્પ્લાવક બળ

ફ્લોટેશનનો નિયમ :

તરતા પદાર્થનું વજન = વિસ્થાપિત થયેલા પ્રવાહીનું વજન

$$Mg = mg$$

($M =$ તરતા પદાર્થનું દળ $V_s \rho_s$,

$$V_s \rho_s g = V_f \rho_f g$$

$m =$ વિસ્થાપિત થયેલા પ્રવાહીનું દળ $= V_f \rho_f$)

$$\frac{\rho_s}{\rho_f} = \frac{V_f}{V_s}$$

- આ સંબંધ પ્રવેગિત તરલ માટે પણ સાચો છે.

- વજન બળ W , ઉત્પ્લાવક બળ F_b

$W > F_b$ તો પદાર્થ ડૂબે.

$W < F_b$ તો પદાર્થ સપાટી પર તરે.

$W = F_b$ તો પ્રવાહીમાં કોઈ પણ ઊંડાઈએ પદાર્થ સમતોલનમાં રહેશે.

યાદ રાખો :

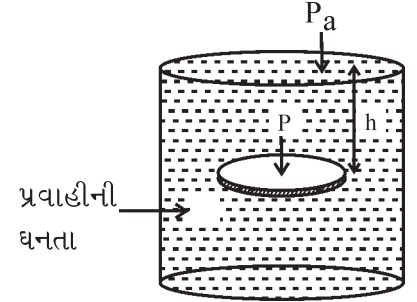
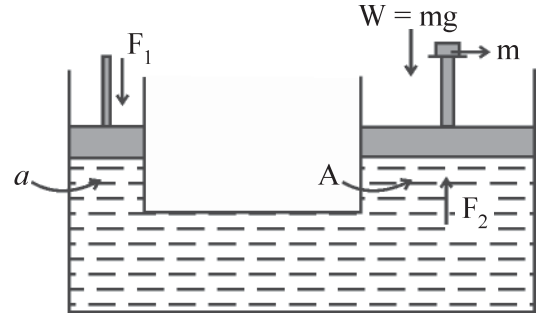
- પદાર્થને પ્રવેગિત તરલમાં ડૂબાડતાં જે બિંદુ પરથી ઉત્પ્લાવક બળ ઉપર તરફ લાગે છે તે બિંદુને ઉત્પ્લાવન કેન્દ્ર કહે છે.
- જો ઘન પદાર્થ સમાંગ હોય તો આ ઉત્પ્લાવન કેન્દ્ર ગુરુત્વ કેન્દ્ર પર સંપાત થશે અથવા એક જ રેખા પર બંને આવશે ત્યારે ઘન પદાર્થ સંતુલનમાં રહેશે.
- જો પદાર્થ સમાંગ ન હોય તો ઉત્પ્લાવન કેન્દ્ર અને ગુરુત્વ કેન્દ્ર એક જ રેખા પર સંપાત ન થાય અને તો પદાર્થ પર ટોર્ક લાગે અને પદાર્થ ચાકગતિ કરશે.

(26) બે જુદા જુદા દ્રવ્યના પદાર્થોને ત્રાજવાના એક-એક છેડા પર લટકાવેલા છે. જ્યારે પદાર્થો સહિત ત્રાજવાને પાણીના માધ્યમમાં રાખવામાં આવે, ત્યારે ત્રાજવું સમતોલનમાં રહે છે. જો તેમાંના એક પદાર્થનું દળ 36 g અને ઘનતા 9 gcm⁻³ હોય તો બીજા 72 g દળ ધરાવતા પદાર્થની ઘનતા કેટલી હશે ?

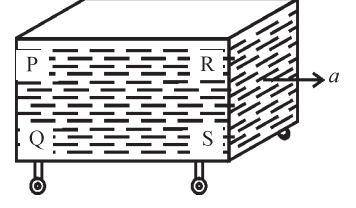
- (A) $\frac{4}{3}$ gcm⁻³ (B) $\frac{2}{3}$ gcm⁻³ (C) 1.8 gcm⁻³ (D) 5 gcm⁻³

(27) 1 kg m⁻³ ઘનતા ધરાવતા હવાના માધ્યમમાં, 4 kg m⁻³ ઘનતાવાળો પદાર્થ, 8 kg m⁻³ ઘનતાવાળા 10 N વજન સાથે સમતોલનમાં રહે છે, તો પદાર્થનું સાચું દ્રવ્યમાન છે. ($g = 10\text{ms}^{-2}$)

- (A) 10 kg (B) $\frac{7}{8}$ kg (C) $\frac{3}{4}$ kg (D) $\frac{7}{6}$ kg



- (28) જમીનની સપાટી પર પૈડાવાળા સ્ટેન્ડ પર ગોઠવેલી બંધ લંબચોરસ ટાંકીને પાણીથી સંપૂર્ણપણે ભરવામાં આવેલી છે. હવે જો ટાંકીને જમણી બાજુની દિશામાં a જેટલા પ્રવેગથી ગતિ કરાવવામાં આવે તો,



(i) કયા બિંદુએ દબાણ મહત્તમ બનશે ?

(ii) કયા બિંદુએ દબાણ ન્યૂનતમ બનશે ?

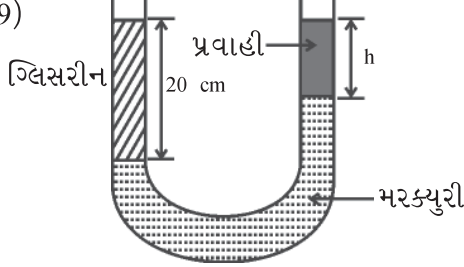
(A) (i) Q (ii) R

(B) (i) S (ii) R

(C) (i) Q (ii) S

(D) (i) Q (ii) P

(29)



મરક્યુરી ભરેલા મેનોમીટર (યુ-ટ્યૂબ)ની બંને ભૂજામાં મરક્યુરીની સપાટી સમાન ઊંચાઈ ધરાવે છે. હવે 1.3 gcm^{-3} ઘનતાવાળું ગ્લિસરીન મેનોમીટરની એક ભૂજામાં તે 20 cm ઊંચાઈનો સ્તંભ રચે તેટલું દાખલ કરેલું છે. તો બીજી ભૂજામાં 0.8 gcm^{-3} ઘનતાવાળું પ્રવાહી દાખલ કરીને તેની ઊંચાઈ લગભગ કેટલી રાખવી જોઈએ કે જેથી મેનોમીટરના બંને ખુલ્લા છેડે પ્રવાહી સ્તંભોની ઊંચાઈ સમાન થાય ? ($\rho = 13.6 \text{ gm/cm}^3$)

(A) 10 cm

(B) 8 cm

(C) 16 cm

(D) 20 cm

- (30) 600 kgm^{-3} ઘનતા ધરાવતો 120 kg દળનો લાકડાનો એક તરાપો પાણી ઉપર તરે છે. આ તરાપા પર મહત્તમ કેટલું દળ મૂકી શકાય કે જેથી તરાપો પાણીમાં ડૂબવાની અણી પર આવે ?

(A) 80 kg

(B) 50 kg

(C) 60 kg

(D) 30 kg

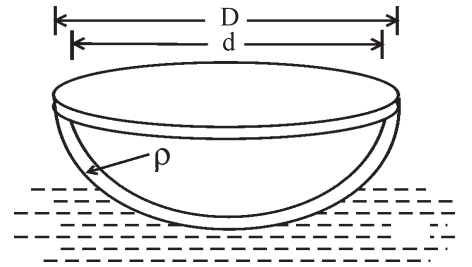
- (31) $1.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ઘનતા ધરાવતા પ્રવાહીમાં, અર્ધગોળાકાર આકારનો બાઉલ પ્રવાહીની સપાટી પર ડૂબ્યા વિના તરે છે. બાઉલના દ્રવ્યની ઘનતા $3 \times 10^4 \text{ kgm}^{-3}$ છે. બાઉલનો બહારની સપાટીનો વ્યાસ 1m હોય, તો અંદરની સપાટીનો વ્યાસ હોય.

(A) 0.94 m

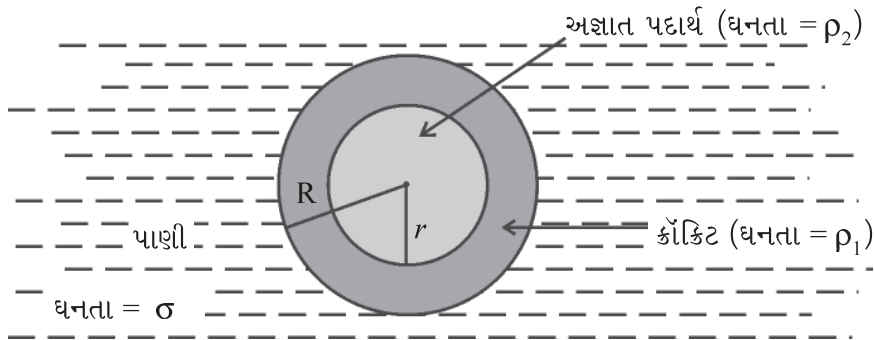
(B) 0.97 m

(C) 0.98 m

(D) 0.99 m



- (32) R ત્રિજ્યાના કોંકીટના બનેલા ગોળામાં r ત્રિજ્યાની બખોલને અજ્ઞાત પદાર્થના વ્હેરથી ભરેલી છે. કોંકીટની વિશિષ્ટ ઘનતા લગભગ 2.5 તથા અજ્ઞાત પદાર્થની વિશિષ્ટ ઘનતા લગભગ 0.5 છે. હવે આ ગોળાને પાણીમાં મૂકતાં તેનું સમગ્ર કદ પાણીમાં (just) ડૂબે તેમ તરી શકે, તો કોંકીટ અને એ અજ્ઞાત પદાર્થના દળનો ગુણોત્તર થાય.



(A) $\frac{3}{5}$

(B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 3

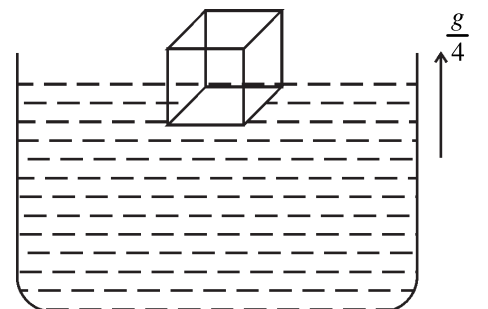
- (33) અત્રે દર્શાવ્યા મુજબ સમઘન ચોસલું પ્રવાહીમાં તેનું અડધું કદ ડૂબે તેમ તરે છે. હવે જો પાત્રને $\frac{g}{4}$ પ્રવેગથી ઉપર તરફની દિશામાં પ્રવેગ આપવામાં આવે તો ચોસલાના કદનો કેટલામો ભાગ પ્રવાહીમાં ડૂબશે ?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{3}{4}$



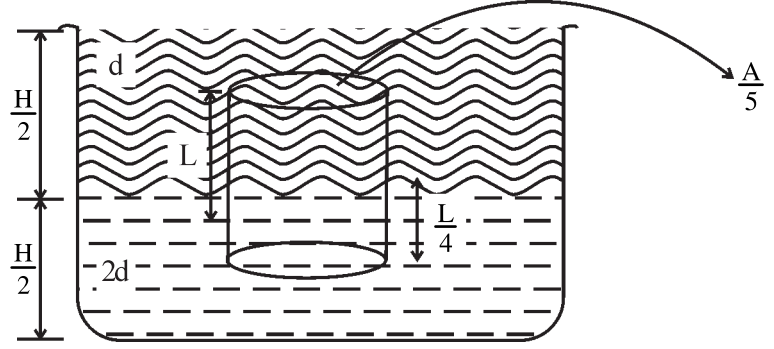
- (34) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ પાત્રમાં $\frac{H}{2}$ ઊંચાઈ સુધી $2d$ ઘનતાવાળું પ્રવાહી અને તેની ઉપરના ભાગમાં $\frac{H}{2}$ ઊંચાઈ સુધી d ઘનતાવાળું પ્રવાહી ભરવામાં આવેલું છે. આ પાત્રમાં સમાન આડછેદના ક્ષેત્રફળ $\frac{A}{5}$ તથા L લંબાઈ (જ્યાં $L < \frac{H}{2}$) ધરાવતો ઘન નળાકાર શિરોલંબ મૂક્યો છે. હવે નળાકારના નીચેનો છેડો બંને પ્રવાહીને અલગ પાડતી સપાટીથી $\frac{L}{4}$ અંતરે રહે તેમ પ્રવાહીમાં શિરોલંબ તરે છે, તો નળાકારની ઘનતા $D = \dots\dots\dots$. (ઉપરના પ્રવાહીની સપાટી પર વાતાવરણનું દબાણ P_0 છે.)

(A) $\frac{5}{4}d$

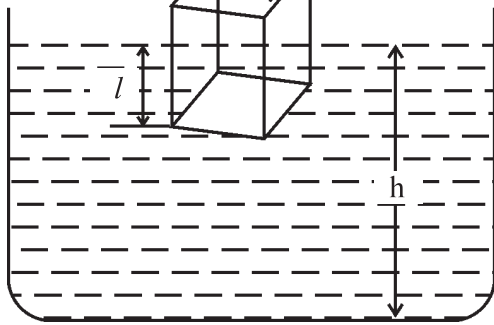
(B) $\frac{4}{5}d$

(C) d

(D) $\frac{d}{5}$



- (35) દેડકો



પાણી ભરેલા એક હોજમાં લાકડાનું એક ખૂબ મોટું લંબઘન ચોસલું અંશતઃ ડૂબેલું રહે તેમ તરે છે. જેની ઉપરની સપાટી પર નાનકડો દેડકો બેઠેલો છે. પાણીમાં ડૂબેલા ચોસલાની ઊંડાઈ l છે. હવે જો દેડકો હળવેકથી પાણીમાં ઉતરી જાય તો

(A) l ઘટે છે અને h વધે છે.

(B) l વધે છે અને h ઘટે છે.

(C) l તથા h બંને વધે છે.

(D) l તથા h બંને ઘટે છે.

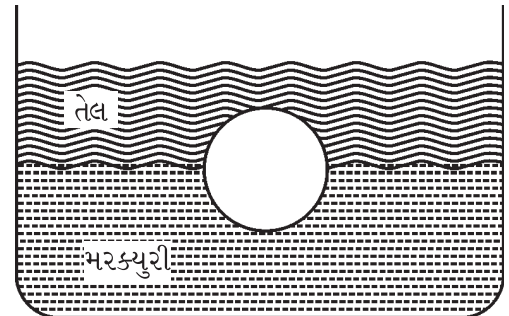
- (36) એક પાત્રમાં 13.6 gcm^{-3} ઘનતા ધરાવતા મરક્યુરી પર 0.8 gcm^{-3} ઘનતા ધરાવતું તેલ ભરવામાં આવેલું છે. એક નક્કર ગોળો તેમાં એવી રીતે તરે છે કે જેથી ગોળાનો અર્ધો ભાગ મરક્યુરીમાં ડૂબેલો રહે તથા ઉપરનો અર્ધો ભાગ તેલના માધ્યમમાં રહે તો ગોળાના દ્રવ્યની ઘનતા હોય.

(A) 3.3

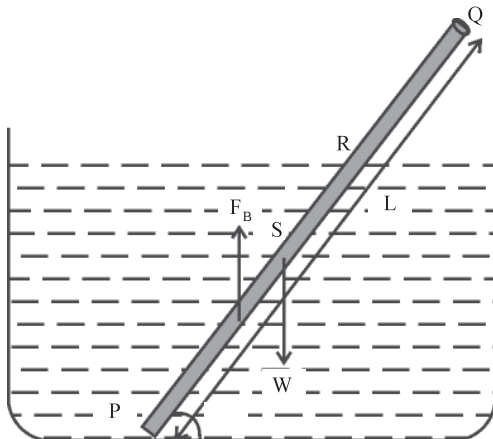
(B) 6.4

(C) 7.2

(D) 12.8



- (37)



ρ ઘનતા ધરાવતો સમાન આડછેદવાળો એક સળિયો એક ખૂબ જ મોટી પહોળી ટેન્કમાં ρ_0 ઘનતાવાળા પ્રવાહીમાં મૂકતા, સળિયો ટાંકીના તળિયાની સપાટી સાથે θ ખૂણે ત્રાંસો રહીને સમતોલપણું જાળવે છે. જો ટાંકીમાં પ્રવાહીની ઊંડાઈ સળિયાની અર્ધલંબાઈ જેટલી હોય તો,

(A) $\sin \theta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$

(B) $\sin \theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_0}{\rho}$

(C) $\sin \theta = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$

(D) $\sin \theta = \frac{\rho_0}{\rho}$

- (38) એક ધાતુના ટુકડાનું હવામાં વજન 250 g અને પાણીમાં વજન 200 g તથા પ્રવાહીમાં વજન 150 g છે, તો
- (A) પ્રવાહીની ઘનતા ધાતુની ઘનતાના ચોથા ભાગની છે. (B) ધાતુનો ટુકડો પાણીમાં તરશે.
- (C) ધાતુની ઘનતા 5 gcm^{-3} છે. (D) પ્રવાહીની ઘનતા 2 kg m^{-3} છે.
- (39) m દળ અને A આડછેદના ક્ષેત્રફળવાળા એક લંબચોરસ બ્લોકને ρ ઘનતાવાળા પ્રવાહીમાં સંપૂર્ણ ડૂબે તેમ મૂકેલ છે. જો તે તેની સંતુલન સ્થિતિમાંથી થોડું ઊર્ધ્વ સ્થાનાંતર આપતા, T આવર્તકાળથી દોલન કરે તો

(A) $T \propto \frac{1}{\sqrt{A}}$ (B) $T \propto \frac{1}{\rho}$ (C) $T \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ (D) $T \propto \sqrt{\rho}$

જવાબો : 26 (C), 27 (D), 28 (A), 29 (D), 30 (A), 31 (C), 32 (B), 33 (A), 34 (A), 35 (D), 36 (C), 37 (A), 38 (C), 39 (A)

ધારા રેખી વહન : મુખ્ય ગુણધર્મો

- ધારા રેખાના પ્રત્યેક બિંદુએ દોરેલો સ્પર્શક તે બિંદુએ તરલ કણના વેગની દિશાનું સૂચન કરે છે.
- બે ધારા રેખાઓ પરસ્પર છેદી શકે નહિ.

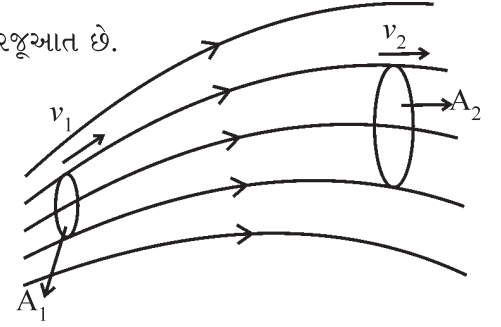
સાતત્યનું સમીકરણ :

- તરલના ગતિશાસ્ત્રમાં સાતત્યનું સમીકરણ એ દળના સંરક્ષણની જ રજૂઆત છે.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\therefore Av = \text{અચળ}$$

$$\therefore v \propto \frac{1}{A}$$



બર્નુલીનું સમીકરણ :

- અશ્યાન, અદબનીય, અચક્રીય અને સ્થાયી વહન કરતા તરલ માટે બર્નુલીનું સમીકરણ :

$$\therefore P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{અચળ}$$

- પ્રથમ પદને દબાણ ઊર્જા, પ્રેસર હેડ
- બીજા પદને એકમ કદ દીઠ ગતિઊર્જા, વેલોસિટી હેડ
- ત્રીજા પદને એકમ કદ દીઠ સ્થિતિ-ઊર્જા, એલિવેશન હેડ

વેન્ચ્યુરી મીટર

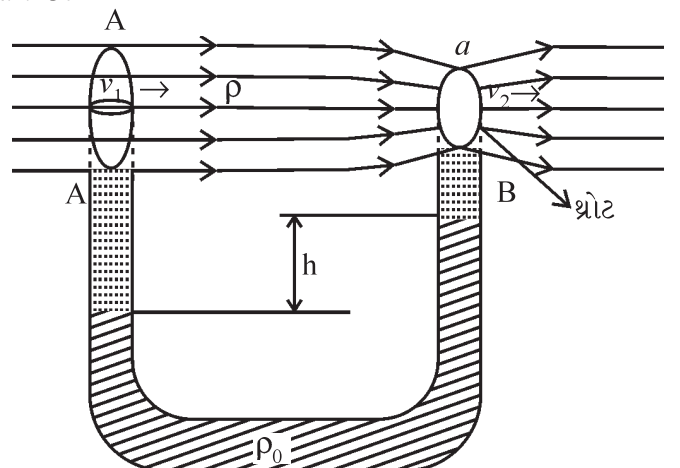
- તરલનો વેગ જાણવા માટે આ સાધનનો ઉપયોગ થાય છે.

ρ = વહન કરતા તરલની ઘનતા

ρ_0 = મેનોમીટરમાં ભરેલા તરલની ઘનતા

a = થ્રોટનું ક્ષેત્રફળ

A = મોટા આડછેદનું ક્ષેત્રફળ



- મોટા આડછેદ પાસે તરલ વેગ

$$v_1 = a \sqrt{\frac{2(\rho - \rho_0) g h}{\rho (A^2 - a^2)}}$$

- નાના આડછેદ (થ્રોટ) પાસે તરલ વેગ

$$v_2 = A \sqrt{\frac{2(\rho - \rho_0) g h}{\rho (A^2 - a^2)}}$$

ટોરીસીલીનો નિયમ :

- પ્રવાહીની સપાટીથી h ઊંડાઈએ રહેલા છિદ્રમાંથી બહાર આવતા પ્રવાહીનો વેગ તેટલી જ ઊંચાઈ પરથી મુક્ત પતન કરતા કણના અંતિમ વેગ જેટલો હોય છે.

$$v_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2} \approx \sqrt{2gh} \quad \left(\because A_2 \ll A_1 \right) \quad \left| \begin{array}{l} A_1 = \text{પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીનું ક્ષેત્રફળ} \\ A_2 = \text{છિદ્રનું ક્ષેત્રફળ} \end{array} \right.$$

જાણવા જેવું :

- ખૂબ જ ઝડપમાં ગતિ કરતી ટ્રેનના રેલવે ટ્રેકની નજીક ઊભેલ વ્યક્તિ ટ્રેન તરફ ખેંચાઈ જઈ શકે છે.

આનું કારણ આ મુજબ છે.

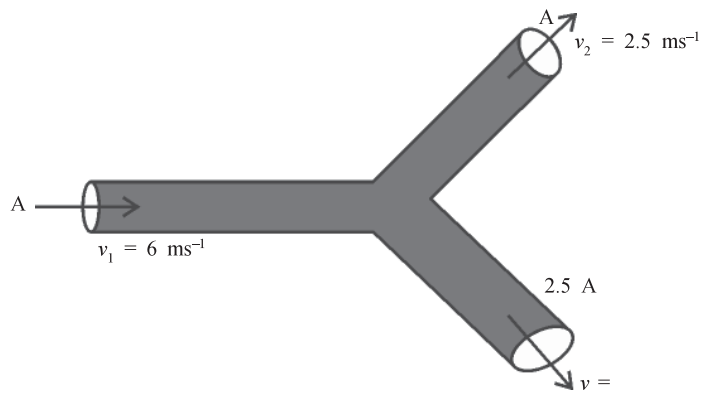
ખૂબ જ ઝડપમાં ગતિ કરતી ટ્રેનને કારણે તેના ટ્રેકની નજીક ઊભેલ માણસ અને ટ્રેનની વચ્ચેની હવા પણ ખૂબ જ ઝડપથી ટ્રેન સાથે ગતિ કરે છે અને પરિણામે બર્નુલીના સિદ્ધાંત મુજબ તે વિસ્તારમાં દબાણ ઘટે છે. પરિણામે દૂરનું વધારાનું દબાણ માણસને ટ્રેન તરફ ધકેલે છે.

- વાવાઝોડા દરમિયાન મકાન પરના છાપરા ઊડી જવાની ઘટનાનું કારણ :

વાવાઝોડા દરમિયાન છાપરાની ઉપરની હવાનો વેગ નીચે તરફની (મકાનની અંદરની) હવાના વેગ કરતાં ઘણો વધારે હોય છે. આથી ઉપર (બહાર) તરફ દબાણ ઓછું થઈ જશે. નીચે (અંદર) વધારાનું દબાણ છાપરાને ઉપર તરફ ધક્કો મારશે. મકાનને વધુ કોઈ નુકસાન પહોંચાડ્યા વગર જ છાપરું ઊડી જશે.

- (40) આકૃતિમાં સમક્ષિતિજ ગોઠવેલા પાઈપનું Y આકારનું જોઈન્ટ આપેલું છે. જેમાં અદ્યતન પ્રવાહી સમક્ષિતિજ સમતલમાં ગતિ કરે છે, તો 2.5 A આડછેદવાળા છેડેથી વહેતા પ્રવાહીનો વેગ હોય.

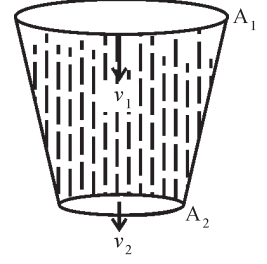
- (A) $\frac{5}{7} \text{ ms}^{-1}$ (B) 1.5 ms^{-1}
(C) $\frac{7}{5} \text{ ms}^{-1}$ (D) 2.25 ms^{-1}



- (41) એક પાણીની ટાંકીમાં ઉપરથી y ઊંડાઈએ L બાજુના ચોરસ આકારનું છિદ્ર છે અને $4y$ ઊંડાઈએ R ત્રિજ્યાનું વર્તુળાકાર છિદ્ર છે. જ્યારે ટાંકીને સંપૂર્ણ ભરવામાં આવે ત્યારે એક સેકન્ડમાં બંને છિદ્રમાંથી બહાર નીકળતા પાણીનો જથ્થો સમાન છે. ત્રિજ્યા $R = \dots\dots$

- (A) L (B) $2\pi L$ (C) $\frac{L}{2\pi}$ (D) $\frac{L}{\sqrt{2\pi}}$

- (42) ઉપરના છેડે $12 \times 10^{-3} \text{ m}$ આંતરિક વ્યાસ ધરાવતી શિરોલંબ રહેલી એક નળીમાંથી પાણી અધોદિશામાં વહે છે. નળીનો આડછેદ આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ઘટે છે. નળીના ઉપરના છેડામાંથી 0.6 ms^{-1} ના વેગથી પાણી નીકળે છે, તો નળીના ઉપરના છેડાથી $2 \times 10^{-1} \text{ m}$ અંતરે નળીનો આંતરિક વ્યાસ આશરે ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$)

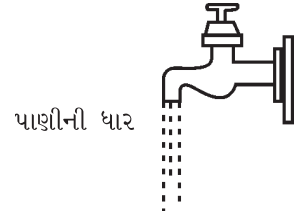


- (A) $5 \times 10^{-3} \text{ m}$ (B) $7.5 \times 10^{-3} \text{ m}$
(C) $9.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ (D) $6.4 \times 10^{-3} \text{ m}$

- (43) P દબાણ તફાવતની અસર હેઠળ l લંબાઈ અને r ત્રિજ્યાની કેશનળીમાં પ્રવાહી અચળ કદના દરથી વહે છે. પ્રવાહીનું કદ V છે. આ ટ્યૂબની સાથે શ્રેણીમાં l લંબાઈની પરંતુ $\frac{r}{2}$ ત્રિજ્યાવાળી નળી જોડવામાં આવે તો તેમાં અચળ કદના દરથી વહેતા પ્રવાહીનું કદ થાય. (બંને નળીઓના શ્રેણી-જોડાણના છેડાઓ વચ્ચેનો દબાણ તફાવત P અચળ ધારો.)

- (A) $\frac{V}{16}$ (B) $\frac{V}{17}$ (C) $\frac{16V}{17}$ (D) $\frac{17V}{16}$

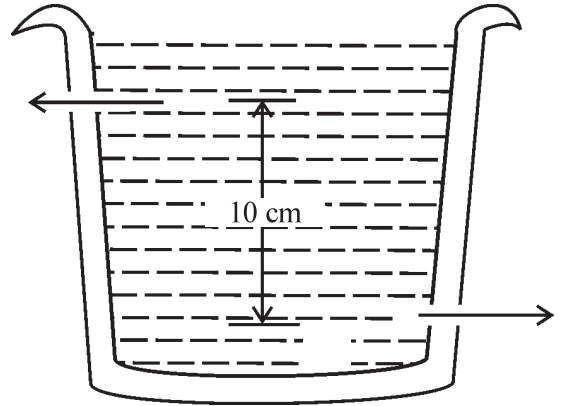
- (44) નળમાંથી બહાર આવતું પાણી ધારા રેખી ગતિ કરીને સતત ઘટતા આડછેદનો સ્તંભ બનાવતું હોય છે. એટલે કે તે જેમ નીચે આવે તેમ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ઘટે છે. આ ઘટનાથી તદ્દન સાચી સમજૂતી આપતું કારણ કયું છે ?



- (A) જેમ પાણી નીચે આવે છે તેમ તેની ઝડપ વધે છે, માટે દબાણ ઘટતા, વાતાવરણનું દબાણ તેની ધારને સાંકડી બનાવે છે.
(B) બહાર આવતું પાણી અંતિમ વેગ ધારણ કરવાના પ્રયત્નરૂપે પોતાનો આડછેદ ઘટાડીને ઊર્ધ્વબળ તથા અધોદિશાના બળોને સમતોલે છે.
(C) ધારના કોઈ પણ આડછેદમાંથી પસાર થતા પાણીના વહનનું દળ અચળ હોય છે. પાણી મહદંશે અદ્ભવીય છે. માટે પાણીના વહનનો કદ-દર સમાન રહેવો જોઈએ. માટે (વેગ $\times$ આડછેદના ક્ષેત્રફળ)ને અચળ બનાવવા માટે વેગ વધતા આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ઘટે છે.

- (D) પાણીનું પૃષ્ઠતાણ તેને સતત સાંકડું બનાવે છે.

- (45) ઘર્ષણરહિત તદ્દન લીસી સપાટી પર રહેલાં પાત્રમાં પાણી ભરેલું છે. પાત્રની સામસામેની દીવાલ પર સમાન વ્યાસ ધરાવતાં બે છિદ્રો આવેલાં છે. આ છિદ્રોની ઊંચાઈનો તફાવત 10 cm છે. છિદ્રોના સમાન આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 0.2 cm^2 છે. હવે બંને છિદ્રોમાંથી પ્રવાહી બહાર આવતા પાત્ર પર લાગતું પરિણામી બળ પાત્રને પોતાના સ્થાનેથી વિચલિત કરે છે. પાત્રને તે જ સ્થાને સ્થિર રાખવા માટે કેટલું સમક્ષિતિજ બળ લગાડવું પડશે ?
 $g = 1000 \text{ cm/s}^2$ પ્રવાહીની ઘનતા $= 1 \text{ gm/cm}^3$



- (A) 2000 dyne (B) 10^5 dyne (C) 4000 dyne (D) 5×10^4 dyne

- (46) નળાકાર પાત્રમાં પ્રવાહી ભરી નળાકાર પાયામાંથી પસાર થતી ઊર્ધ્વ અક્ષને અનુલક્ષીને નળાકારને ભ્રમણ કરવા દેવામાં આવે છે. પરિણામે પ્રવાહી પાત્રની દીવાલો પાસે ઊર્ધ્વગમન કરે છે. જો પાત્રની ત્રિજ્યા 5 cm અને કોણીય વેગ 1 પરિભ્રમણ/સેકન્ડ હોય, તો પાત્રમાં પ્રવાહીના કેન્દ્રની ઊંચાઈ અને પાત્રની દીવાલ પર પ્રવાહીની ઊંચાઈનો તફાવત થશે. ($g = 1000 \text{ cm/s}^2$)

- (A) $5 \pi^2$ (B) $0.05 \pi^2$ (C) 0.5π (D) 10π

- (47) એક નળાકાર પાત્રમાં પ્રવાહી ભરેલું છે. આ પાત્રને તેની ધરી પર પરિભ્રમણ આપતાં પ્રવાહી પાત્રની દીવાલ પર ઊંચે ચઢે છે. તો આ પાત્રની દીવાલની ઊંચાઈ અને પ્રવાહીના કેન્દ્રની પાત્રમાં ઊંચાઈ વચ્ચેનો તફાવત 2.0 cm છે. તો આ આપેલ પરિસ્થિતિ માટે યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરો. (પાત્રની ત્રિજ્યા = 0.04 m , $\omega = 2$ rps, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, $\pi^2 = 10$)
- (A) પ્રવાહી પાત્રમાંથી છલકાઈ જશે. (B) પ્રવાહી પાત્રમાંથી છલકાશે નહિ
(C) પ્રવાહી પાત્રમાંથી છલકાવાની અણી પર હશે. (D) નક્કી કહી શકાય નહિ
- (48) સમાન ત્રિજ્યા અને સમાન લંબાઈઓ ધરાવતી બે કેશનળીઓને સમક્ષિતિજ રાખેલી છે. જ્યારે બંને કેશનળીના બે છેડાઓ વચ્ચે સમાન દબાણ-તફાવત રાખવામાં આવે ત્યારે બંનેમાં તરલ વહનનો દર x છે. હવે જો આ બંનેને શ્રેણીમાં જોડવામાં આવે અને આ સંયુક્ત નળીના બે છેડાઓ વચ્ચે અગાઉ જેટલો જ દબાણ-તફાવત રાખવામાં આવે, તો હવે સંયોજનમાં તરલ વહનનો દર કેટલો હશે ?
- (A) $\frac{x}{2}$ (B) x (C) $2x$ (D) એક પણ નહિ

જવાબો : 40 (C), 41 (D), 42 (D), 43 (B), 44 (C), 45 (C), 46 (B), 47 (B), 48 (A)

શ્યાનતા

સ્તરીય વહન : સ્થાયી વહન કરતાં તરલના કણો એકબીજામાં ભળી ગયા વગર સ્તરીય રચના જાળવીને વહન કરતાં હોય, તો તેવા વહનને સ્તરીય વહન કહે છે.

શ્યાનતા બળ :

$$F = \eta A \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore F \propto A \frac{dv}{dx}$$

$$\bullet \quad \eta_{\text{પ્રવાહી}} > \eta_{\text{વાયુ}}$$

$$\bullet \quad \text{તાપમાન વધતાં} \rightarrow \eta_{\text{પ્રવાહી}} \text{ ઘટે.}$$

$$\rightarrow \eta_{\text{વાયુ}} \text{ વધે.}$$

અહીં

$A =$ સંપર્ક સપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$\frac{dv}{dx} =$ વેગ પ્રચલન

$\eta =$ શ્યાનતા ગુણાંક

સ્ટોકસનો નિયમ : r ત્રિજ્યાની નાની, લીસી ગોળાકાર વસ્તુ, η શ્યાનતા ગુણાંકવાળા ખૂબ મોટા વિસ્તારવાળા માધ્યમમાં v વેગથી ગતિ કરતી હોય, ત્યારે તેના પર લાગતું ગતિ અવરોધક બળ $F(v) = 6 \pi \eta r v$ જેટલું હોય છે જેને સ્ટોકસનો નિયમ કહે છે.

$$\bullet \quad \text{આ બળ વેગ આધારિત બળ છે.}$$

ટર્મિનલ વેગ : શ્યાન માધ્યમમાં મુક્ત પતન પામેલ પદાર્થની ગતિ તેના વજનને કારણે પ્રવેગિત થાય છે. પરંતુ વેગના વધારા સાથે શ્યાનતા બળ વધે છે. કોઈ એક સમયે આ શ્યાનતા બળ, વજન બળ F અને ઉત્પ્લાવક બળ F_b ના પરિણામી બળને સમતોલી નાખે છે. ત્યારે પરિણામી કુલ બળ શૂન્ય બને. પદાર્થ હવે અચળ વેગથી ગતિ કરશે. આ અચળ વેગને જ ટર્મિનલ વેગ (v_t) કહે છે.

$$\text{ટર્મિનલ વેગ } v_t = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_0) \quad \text{જ્યાં, } \rho = \text{પદાર્થની ઘનતા} \quad \rho_0 = \text{તરલની ઘનતા}$$

પોઈસીલીનું સૂત્ર : r ત્રિજ્યાની કેશનળીના બે છેડા વચ્ચે P જેટલા દબાણ તફાવતને કારણે વહેતા η શ્યાનતા ગુણાંકવાળા પ્રવાહી માટે દર સેકન્ડે કેશનળીના આડછેદમાંથી બહાર આવતા પ્રવાહીનું કદ,

$$V = \frac{\pi P r^4}{8 \eta l}$$

નળીમાં વહેતા તરલ સ્તરનો વેગ :

- અક્ષથી x અંતરે રહેલા તરલ સ્તરના વેગનું સૂત્ર

$$v = \frac{P}{4\eta l} (r^2 - x^2)$$

જ્યાં, P = નળીના બે છેડા વચ્ચે દબાણ-તફાવત

η = તરલનો શ્યાનતા ગુણાંક

રેનોલ્ડ અંક

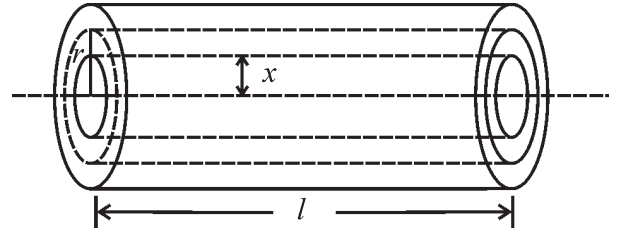
$$N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$$

જ્યાં, ρ = તરલની ઘનતા

v = તરલની ઝડપ

η = તરલનો શ્યાનતા ગુણાંક

D = નળીનો વ્યાસ

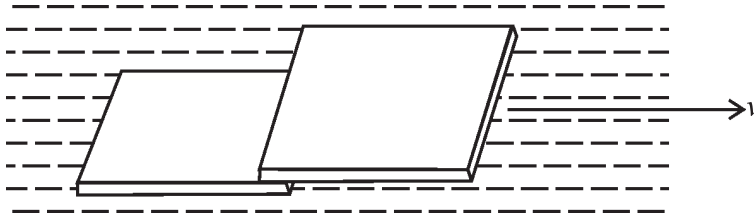


જ્યાં, $N_R < 2000 \Rightarrow$ વહન ધારારેખીય મળે

$2000 < N_R < 3000 \Rightarrow$ વહન અસ્થિર

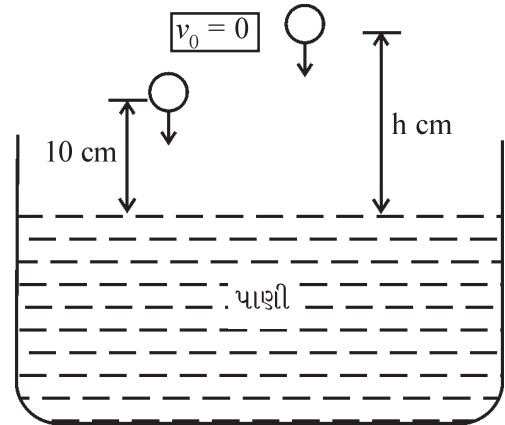
$N_R > 3000 \Rightarrow$ વહન વમળયુક્ત

- (49) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે પાણીના માધ્યમમાં 0.1 m બાજુની લંબાઈ ધરાવતી સમચોરસ પ્લેટ તેની નીચે રહેલી બીજી પ્લેટ પર 0.1 ms⁻¹ ના વેગથી સરકે છે. જો શ્યાનતાબળ 0.002 N અને શ્યાનતા ગુણાંક 0.01 પોઈસ હોય તો બંને પ્લેટ વચ્ચેના પ્રવાહી સ્તરની જાડાઈ m હોય.



- (A) 0.1
(B) 0.05
(C) 0.005
(D) 0.0005

- (50) r ત્રિજ્યા તથા ρ ઘનતા ધરાવતો એક ગોળાને મુક્ત પતન કરાવતા તે પાણીની સપાટીથી 10 cm ઊંચાઈ જેટલું હવામાં અંતર કાપી પાણીમાં પ્રવેશે છે. તે જ દ્રવ્યનો બનેલો પણ બમણી ત્રિજ્યા ધરાવતો અન્ય એક ગોળાને પણ મુક્ત પતન આપતાં તે h ઊંચાઈ જેટલું હવામાં અંતર કાપી પાણીમાં પ્રવેશે છે. જો પાણીના માધ્યમમાં બંને ગોળાઓ પોતાનો હવામાંનો વેગ જાળવી રાખતા હોય, તો બીજા ગોળાએ હવામાં કાપેલું અંતર કેટલું ? હવાની ઘનતા = 1 gm/cm³



- (A) 80 cm (B) 40 cm
(C) 160 cm (D) માહિતી અપૂરતી છે.

- (51) શ્યાન પ્રવાહીની મુક્ત સપાટી પરથી મુક્તપતન કરાવેલ નાના ઘન ગોળા માટે અંતિમ વેગ પ્રાપ્ત કરતા સુધીમાં વિભાગ A અને વિભાગ Bની વિગતોને યોગ્ય રીતે જોડો :

A	B
(a) ગોળા પરનું ઉત્પ્લાવક બળ	(i) વધતું જાય.
(b) ગોળા પરનું શ્યાનતા બળ	(ii) ઘટતું જાય.
(c) ગોળા પરનું પરિણામી બળ	(iii) અચળ હોય.
(d) અંતિમ વેગ મેળવે ત્યારે ગોળાનો પ્રવેગ	(iv) શૂન્ય હોય.

(A) (a) $\rightarrow$ (iii), (b) $\rightarrow$ (i), (c) $\rightarrow$ (ii), (d) $\rightarrow$ (iv) (B) (a) $\rightarrow$ (i), (b) $\rightarrow$ (ii), (c) $\rightarrow$ (iii), (d) $\rightarrow$ (iv)

(C) (a) $\rightarrow$ (ii), (b) $\rightarrow$ (i), (c) $\rightarrow$ (iii), (d) $\rightarrow$ (iv) (D) (a) $\rightarrow$ (iv), (b) $\rightarrow$ (ii), (c) $\rightarrow$ (iii), (d) $\rightarrow$ (i)

- (52) r ત્રિજ્યાનો સ્ટીલનો નાનો ગોળો η શ્યાનતા ગુણાંક ધરાવતા પ્રવાહીમાં v_r અંતિમ વેગથી મુક્ત પતન કરે છે. જો ગોળાનો અંતિમ વેગ તેના દળ પર આધારિત હોય, તો નીચેનામાંથી કયો સંબંધ પારિમાણિક રીતે સાચો છે.

(A) $v_r \propto \frac{m g r}{\eta}$

(B) $v_r \propto m g r \eta$

(C) $v_r \propto \frac{m g}{r \eta}$

(D) $v_r \propto \frac{\eta m g}{r}$

જવાબો : 49 (D), 50 (C), 51 (A), 52 (C)

પૃષ્ઠતાણ, પૃષ્ઠઊર્જા અને કેષાકર્ષણ

સંસક્તિ બળ :

- એક જ પ્રકારના દ્રવ્યના અણુઓ વચ્ચે લાગતા આકર્ષણ બળને સંસક્તિ બળ કહે છે.

ઉદાહરણ :

- (1) કાચની બે પ્લેટ વચ્ચે પાણી રાખીને ચોંટાડી દેવામાં આવે છે. આવી પ્લેટને છૂટી પાડવી ખૂબ જ મુશ્કેલ છે. કારણ કે પાણીના અણુઓ વચ્ચે લાગતું આકર્ષણ બળ (સંસક્તિ બળ) ખૂબ જ પ્રબળ હોય છે.
- (2) પારાના બૂંદને નાના-નાના અનેક બૂંદોમાં વિભાજિત કરવું ઘણું જ મુશ્કેલ છે, કારણ કે પારાના અણુઓ વચ્ચે લાગતું સંસક્તિ બળ ખૂબ જ પ્રબળ હોય છે.

આસક્તિ બળ :

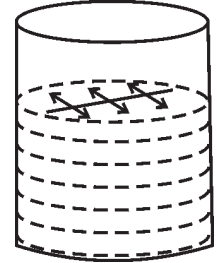
- બે જુદા-જુદા પ્રકારના દ્રવ્યના અણુઓ વચ્ચે લાગતા આકર્ષણ બળને આસક્તિ બળ કહે છે.

ઉદાહરણ :

- (1) આ બળને કારણે ચોક વડે બોર્ડ પર લખી શકાય છે.
- (2) ઈંટ અને સિમેન્ટ વચ્ચે લાગતું આસક્તિ બળ મકાન-બાંધકામમાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

પૃષ્ઠતાણ :

- ‘પ્રવાહીની મુક્ત સપાટી પર કલ્પેલી એકમ લંબાઈની રેખાની એક તરફના અણુઓ બીજી તરફના અણુઓ પર સપાટીને સમાંતર અને રેખાને લંબરૂપે જે બળ લગાડે છે તેને પૃષ્ઠતાણ કહે છે.’
- પૃષ્ઠતાણના ગુણધર્મને કારણે તેની સપાટી સંકોચાવાનું વલણ ધરાવે છે અને તેથી તે ખેંચાયેલા રબરના પડની માફક વર્તે છે.



પૃષ્ઠતાણ પર આધારિત કેટલીક રસપ્રદ ઘટનાઓ :

- વરસાદી પાણીનું ટીપું હંમેશાં ગોળાકાર જ હોય છે.
- દાઢી કરવાના બ્રશ કે ચિત્રકામના બ્રશને પાણીમાં ડૂબાડતાં તેના રેસાઓ છૂટા પડી જાય છે પરંતુ પાણીની બહાર કાઢતાં તરત જ એકબીજા સાથે ચોંટી જાય છે.
- સૂક્ષ્મ જીવાતો પાણીમાં ડૂબ્યા વગર પાણી પર ચાલી શકે છે.

પૃષ્ઠઊર્જા :

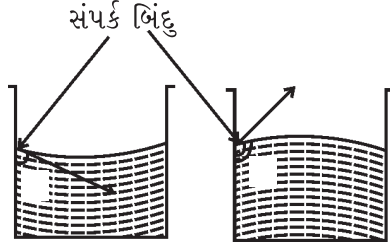
- પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીના એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ તેમાં સંગ્રહાયેલ સ્થિતિ-ઊર્જાને પૃષ્ઠઊર્જા કહે છે.
- એકમ : erg cm^{-2} or J m^{-2}

પૃષ્ઠતાણ અને પૃષ્ઠઊર્જા અથવા કાર્ય વચ્ચેનો સંબંધ :

● $T = \frac{W}{\Delta A}$

- પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીના ક્ષેત્રફળમાં એક એકમ જેટલો વધારો કરવા માટે કરવું પડતું કાર્ય કે પૃષ્ઠઊર્જાનું મૂલ્ય પૃષ્ઠતાણ જેટલું હોય છે.

સંપર્કકોણ :



- પ્રવાહીની મુક્ત સપાટીએ પ્રવાહીની સપાટીના પાત્રની દીવાલ સાથેના સંપર્ક બિંદુએ દોરેલા સ્પર્શકે પ્રવાહીની અંદરની તરફ પાત્રની સપાટી સાથે આંતરેલા ખૂણાને સંપર્કકોણ θ કહે છે.

θ = સંપર્કકોણ

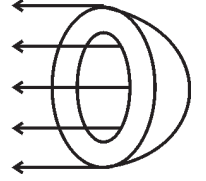
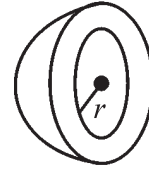
પાણીના બૂંદ અને પરપોટાની અંદરનું વધારાનું દબાણ :

(1) r ત્રિજ્યાનો એક પરપોટો વિચારો.

- હવે આ પરપોટાની અંદર દબાણ P_i અને બહાર દબાણ P_0 છે.

$$\therefore \text{અંદરનું વધારાનું દબાણ} = P_i - P_0$$

- ધારો કે આ પરપોટાને બે અર્ધગોળામાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે. જે પૈકીનો એક અર્ધગોળક વિચારો. (જુઓ આકૃતિ.)



- અહીં અંદર અને બહાર એમ બે મુક્ત સપાટીઓ હોવાથી પૃષ્ઠતાણનું બળ

$$F = T \times 2 (2\pi r) \dots\dots\dots (1)$$

- વધારાનું દબાણ πr^2 ક્ષેત્રફળના આડછેદ પર લાગે છે. આથી,

$$F = (P_i - P_0) \pi r^2 \dots\dots\dots (2)$$

- સમીકરણ (1) અને (2) સરખાવતાં,

$$(P_i - P_0) = \frac{4T}{r}$$

(2) પ્રવાહીની અંદર પરપોટો :

$$(P_i - P_0) = \frac{2T}{r} \quad (\text{એક જ મુક્ત સપાટી})$$

(3) પાણીના બૂંદ માટે :

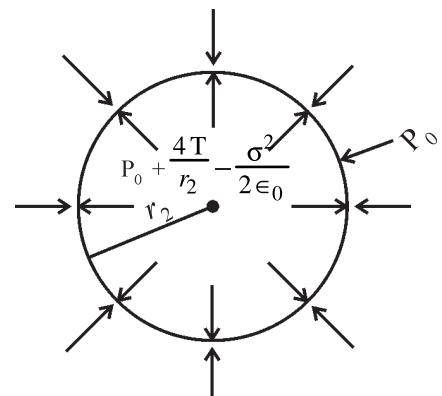
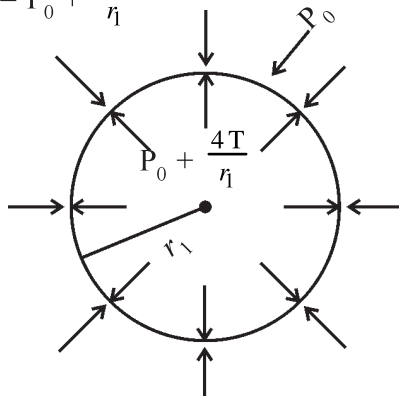
$$P_i - P_0 = \frac{2T}{r}$$

(4) વિદ્યુતભારિત પરપોટો :

- પરપોટાને વિદ્યુતભારિત કરતાં તેની ત્રિજ્યા વધે છે.
- વિદ્યુતભારને કારણે પણ પરપોટો વધારાનું દબાણ ધરાવે છે.

પ્રારંભમાં પરપોટાની અંદરનું દબાણ

$$P_i = P_0 + \frac{4T}{r_1}$$



- વિદ્યુતભારિત પરપોટા માટે અંદરનું દબાણ

$$P_i = P_0 + \frac{4T}{r_2} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad \text{જ્યાં } \sigma = \text{પૃષ્ઠ વિદ્યુતભાર ઘનતા}$$

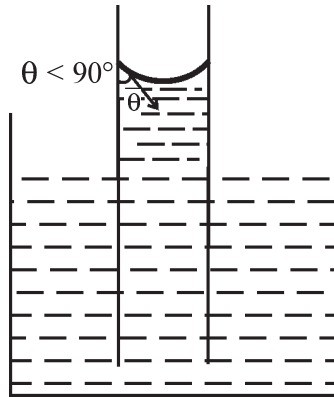
- જો તાપમાન અચળ લઈએ તો બોઈલના નિયમ મુજબ

$$\left(P_0 + \frac{4T}{r_1}\right) \frac{4}{3} \pi r_1^3 = \left(P_0 + \frac{4T}{r_2} - \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}\right) \frac{4}{3} \pi r_2^3$$

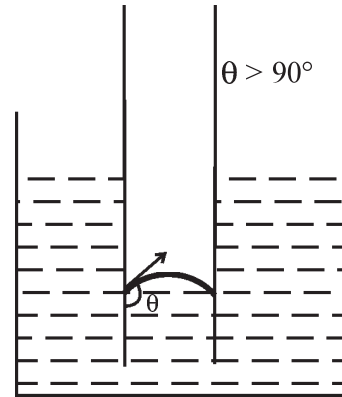
- આ સમીકરણનો ઉપયોગ કરીને વિદ્યુતભારિત પરપોટાની ત્રિજ્યા r_2 ગણી શકાય.

કેશાકર્ષણ :

- પ્રવાહીમાં શિરોલંબ અંશતઃ ડુબાડેલી કેશનળીમાં પ્રવાહીની ઊર્ધ્વગમન કે અધોઃગમન કરવાની ક્રિયાને કેશાકર્ષણ કહે છે.
- જો સંપર્ક કોણ $\theta < 90^\circ$, તો મેનિસ્કસ અંતર્ગોળ હોય, પ્રવાહી સંપર્ક સપાટીને ભીંજવે અને કેશનળીમાં પ્રવાહી ઊર્ધ્વગમન કરે. (આકૃતિ A)



(આકૃતિ A)



(આકૃતિ B)

- જો સંપર્ક કોણ $\theta > 90^\circ$, તો મેનિસ્કસ બહિર્ગોળ રચાય, પ્રવાહી સંપર્ક સપાટીને ભીંજવે નહિ અને પ્રવાહી કેશનળીમાં અધોઃગમન કરે. (આકૃતિ B)

કેશનળીમાં પ્રવાહી સ્તંભની ઊંચાઈનું સૂત્ર :

- વધારાનું દબાણ = પ્રવાહી સ્તંભનું દબાણ

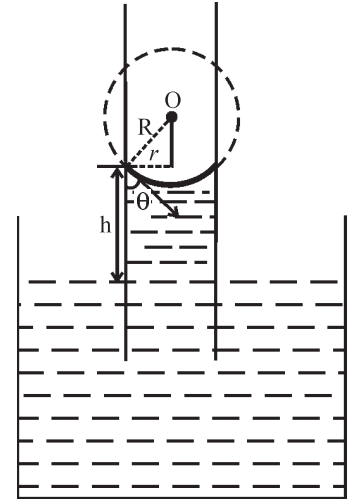
$$\frac{2T}{R} = h\rho g$$

$$\text{પરંતુ } \cos \theta = \frac{r}{R}$$

$$\therefore h = \frac{2T}{R\rho g}$$

$$\therefore h = \frac{2T \cos \theta}{r\rho g}$$

T = પૃષ્ઠતાણ
 R = મેનિસ્કસની ત્રિજ્યા
 r = કેશનળીની ત્રિજ્યા
 h = મેનિસ્કસની ઊંચાઈ
 ρ = તરલની ઘનતા
 θ = સંપર્કકોણ

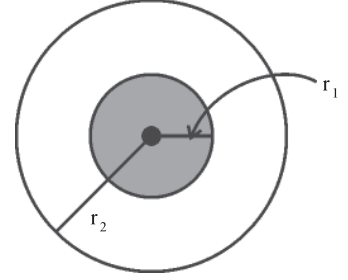
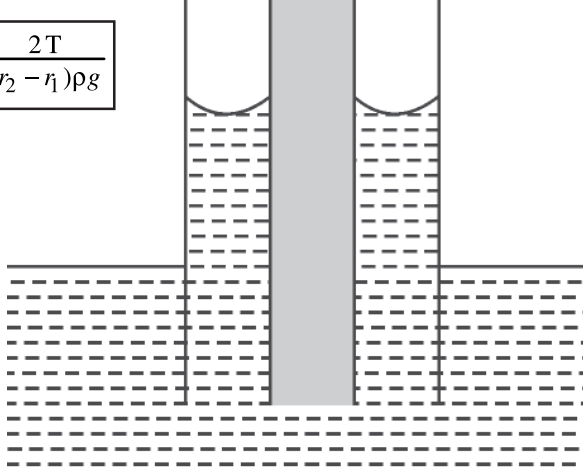


- (1) $\theta < 90^\circ \rightarrow h$ ધન મળશે.
એટલે કે પ્રવાહી ઊર્ધ્વગમન કરે.
- (2) $\theta > 90^\circ \rightarrow h$ ઋણ મળશે.
એટલે કે પ્રવાહી અધોઃગમન કરે.
- (3) જો T, θ, ρ અચળ હોય તો,

$$h \propto \frac{1}{r}$$

- (4) બે સમઅક્ષીય નળીઓ કે જેમની ત્રિજ્યા અનુક્રમે r_1 અને r_2 છે. (અંદરની નળી નક્કર છે.) તેને પાણીમાં શિરોલંબ રાખતા પાણીના સ્તંભની ઊંચાઈ

$$h = \frac{2T}{(r_2 - r_1)\rho g}$$



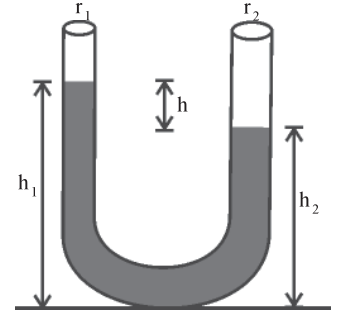
આપેલ સમઅક્ષીય નળીઓના આડછેદ

- (53) n સંખ્યાના r ત્રિજ્યાવાળા પાણીનાં નાનાં ટીપાંઓ ભેગા મળીને R ત્રિજ્યાનું મોટું ટીપું બનાવે છે તથા પાણીનું પૃષ્ઠતાણ T હોય, તો તાપમાનમાં થતો વધારો
- (પાણીની વિશિષ્ટ ઉષ્મા 1 એકમ લો.)
(પાણીની ઘનતા 1 એકમ લો.)

- (A) $\frac{2T}{rJ}$ (B) $\frac{3T}{J} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$ (C) $\frac{-3T}{rJ}$ (D) $\frac{3T}{J} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right)$

- (54) ઊર્ધ્વ સમતલમાં ગોઠવેલી યુ-ટ્યૂબના બંને ભૂજાની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે r_1 અને r_2 છે. તેમાં ρ ઘનતાવાળું પ્રવાહી ભરવામાં આવતા બંને નળીમાં પ્રવાહી સ્તંભની સપાટીની ઊંચાઈમાં મળતો તફાવત h છે. જો સંપર્કકોણ $\theta = 0$ હોય અને g ગુરુત્વપ્રવેગ હોય, તો પ્રવાહીના પૃષ્ઠતાણનું સૂત્ર ઊંચાઈ h ના સંદર્ભમાં થાય.

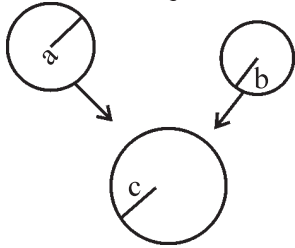
- (A) $\frac{\rho g h r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)}$ (B) $\frac{\rho g h (r_2 - r_1)}{2r_1 r_2}$
(C) $\frac{2(r_2 - r_1)}{\rho g h r_1 r_2}$ (D) $\frac{\rho g h}{2(r_2 - r_1)}$



- (55) પ્રવાહીના ટીપાની પૃષ્ઠઊર્જા u છે. તે 512 નાનાં ટીપાઓમાં (સમાન વ્યાસવાળા) વિભાજન પામે, તો આ બધાં જ ટીપાઓની કુલ પૃષ્ઠઊર્જા થાય.

- (A) u (B) $8u$ (C) $64u$ (D) $512u$

- (56) સાબુના દ્રાવણના બે ગોળાકાર પરપોટાઓ ભેગા થઈને મોટો પરપોટો બનાવે છે. જો પરપોટાની અંદરની હવાના કદમાં થતો ફેરફાર V અને તેમની સપાટીના ક્ષેત્રફળમાં થતો ફેરફાર S હોય, તો થાય. (P_0 વાતાવરણનું દબાણ તથા T પ્રવાહીનું પૃષ્ઠતાણ છે.)



- (A) $3P_0V + 4ST = 0$
(B) $4P_0V + 3ST = 0$
(C) $P_0V + 4ST = 0$
(D) $4P_0V + ST = 0$

- (57) સાબુના દ્રાવણનો પરપોટો કે જેને હવામાં ફુલાવીને તેનો વ્યાસ બમણો કરવા માટે કરવું પડતું કાર્ય કેટલું થાય ? $T =$ સાબુના દ્રાવણનું પૃષ્ઠતાણ (30 dyne cm^{-1}) (પ્રારંભિક વ્યાસ 1 cm લો.)

- (A) 360π (B) 720π (C) 90π (D) 180π

- (58) પારાના 1000 સમાન નાના બુંદ ભેગા મળીને R ત્રિજ્યાનું એક મોટું બુંદ બનાવે છે. મોટું બુંદ રચાતા પહેલા તમામ નાના બુંદોની કુલ પૃષ્ઠઊર્જા અને રચાયા પછી મોટા બુંદની પૃષ્ઠઊર્જાઓનો ગુણોત્તર હશે.
 (A) 1:10 (B) 10:1 (C) 100:1 (D) 1:100
- (59) સમતાપી સ્થિતિએ શૂન્યાવકાશમાં 1 cm અને 2 cm વ્યાસ ધરાવતા બે સાબુના પરપોટા ભેગા ભળી જઈ મોટો પરપોટો બનાવે છે, તો મોટા પરપોટાની (પરિણામી) ત્રિજ્યા થશે.
 (A) 2.4 cm (B) 1.5 cm (C) 1.1 cm (D) 0.66 cm
- (60) પાણીભરેલા પાત્રમાં 0.2 mm વ્યાસવાળી કેશનળીને શિરોલંબ મૂકેલી છે. કેશનળીમાં પાણી પર કેટલા Nm^{-2} દબાણ લગાડવું જોઈએ કે જેથી કેશનળીમાંની પાણીની સપાટી પાત્રમાંના પાણીની સપાટી જેટલી થાય ?
 પાણીનું પૃષ્ઠતાણ = 0.07 Nm^{-1} તથા વાતાવરણનું દબાણ = 10^5 Nm^{-2} છે.
 (A) 10^3 (B) 99×10^3 (C) 100×10^3 (D) 101.4×10^3
- (61) સરોવરના તળિયે રહેલો હવાનો પરપોટો, સરોવરની સપાટી પર આવતા તેના કદમાં ચાર ગણો વધારો થાય છે. જો વાતાવરણનું દબાણ 75 cm મરક્યુરીની ઊંચાઈ જેટલું હોય તથા પાણીની ઘનતા મરક્યુરીની ઘનતા કરતા દસમા ભાગની હોય, તો સરોવરની ઊંડાઈ કેટલી હશે ?
 (A) 45 m (B) 7.5 m (C) 22.5 m (D) 12.5 m
- (62) H ઊંડાઈના તળાવના તળિયેથી પાણીની સપાટી સુધી શિરોલંબ દિશામાં ગતિ કરતા હવાના પરપોટાનું તાપમાન બદલાતું નથી પણ તેનો વ્યાસ ત્રણ ગણો થાય છે, તો પાણીની સપાટી પર બેરોમેટ્રિક ઊંચાઈ (પારાની સાપેક્ષ ઘનતાના સંદર્ભમાં) થાય.
 (A) $26 \sigma H$ (B) $\frac{H}{26\sigma}$ (C) $9 \sigma H$ (D) $\frac{H}{9\sigma}$

જવાબો : 53 (B), 54 (A), 55 (B), 56 (A), 57 (D), 58 (B), 59 (C), 60 (D), 61 (C), 62 (B)

ઉષ્માપ્રસરણ

● ઉષ્માપ્રસરણના મુખ્ય પ્રકારો :

(i) ઉષ્માવહન (ii) ઉષ્માનયન (iii) ઉષ્માવિકિરણ

ઉષ્માવહન :

- ‘ઘન પદાર્થોમાં પાસપાસેના વિભાગો વચ્ચે તાપમાનના તફાવતને કારણે થતા ઉષ્માના પ્રસરણને ઉષ્માવહન કહે છે.’
- ઉષ્માવહન દરમિયાન ઘન પદાર્થના અણુઓ માત્ર દોલનગતિ કરે છે. વાસ્તવિક રેખીય ગતિ કરતા નથી.

મહત્વના શબ્દો :

- અસ્થાયી ઉષ્મા અવસ્થા : ઘન પદાર્થ (દા.ત., સળિયો)ના દરેક આડછેદનું તાપમાન બદલાયા કરતું હોય (વધતું હોય કે ઘટતું હોય) તો સળિયો અસ્થાયી અવસ્થામાં છે એમ કહેવાય.
- સ્થાયી ઉષ્મા અવસ્થા : આ અવસ્થામાં સળિયાના દરેક વિભાગ (આડછેદ)નું તાપમાન અચળ થઈ જાય છે. અહીં યાદ રાખો કે દરેક વિભાગોના તાપમાન અચળ થાય છે સમાન હોતા નથી. ગરમ છેડાથી ઠંડા છેડા તરફ જતાં તે ક્રમશઃ ઘટતા જાય છે.

સમતાપી સપાટી :

- ઉષ્માવહનને લંબરૂપે રહેલ કોઈ પણ આડછેદનું પ્રત્યેક બિંદુ સમાન તાપમાને હોય તો આવા આડછેદને સમતાપી સપાટી કહેવાય.
- પદાર્થની આવી બે અલગ-અલગ સમતાપી સપાટીઓ ક્યારેય પરસ્પર છેદે નહિ.
- પદાર્થની સમતાપી સપાટીનો આકાર ઉષ્માવહનના પ્રકાર અને વાહકના આકાર પર આધાર રાખે છે.
- આવી સમતાપી સપાટીઓ ઉષ્માવહનની લંબરૂપે જ હોય.

તાપમાન પ્રચલન :

- ઉષ્માવહનની દિશામાં તાપમાનમાં થતા ફેરફારના દરને તાપમાન પ્રચલન કહે છે.

$$\text{તાપમાન પ્રચલન} = \frac{-\Delta T}{\Delta X} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{-\Delta T}{\Delta x} \right) = \frac{-dT}{dx}$$

- ઋણ નિશાની ઉષ્માવહનની દિશામાં તાપમાનમાં થતો ઘટાડો સૂચવે છે.

એકમ : $^{\circ}\text{Cm}^{-1}$

- ઉષ્માવહન સાથે સંકળાયેલા મહત્વનાં સૂત્રો : (સ્થાયી ઉષ્મા અવસ્થા દરમિયાન)
ઉષ્માવહનનો દર અથવા ઉષ્માપ્રવાહ

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$H = -kA \left[\frac{T_2 - T_1}{L} \right]$$

$$H = kA \left[\frac{T_1 - T_2}{L} \right]$$

- t સમયમાં વહન પામતો ઉષ્માનો કુલ જથ્થો

$$Q = kA \left[\frac{T_1 - T_2}{L} \right] t$$

અહીં, k = ઉષ્માવાહકતા, A = ઉષ્માવહનને લંબ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ, T_1 = ગરમ છેડાનું તાપમાન, T_2 = ઠંડા છેડાનું તાપમાન, L = વાહકની લંબાઈ

ઉષ્માવાહકતા :

- વાહકના આડછેદના એકમ ક્ષેત્રફળદીઠ, એકમ તાપમાન પ્રચલન દીઠ સમતલને લંબરૂપે મળતા ઉષ્માપ્રવાહને આપેલ તાપમાને આપેલા વાહકના દ્રવ્યની ઉષ્માવાહકતા k કહે છે.

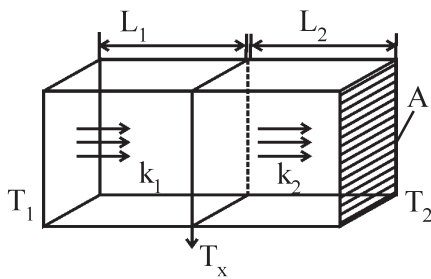
એકમ : $\text{Jm}^{-1}\text{K}^{-1}\text{s}^{-1}$ પારિમાણિક સૂત્ર : $\text{M}^1\text{L}^1\text{T}^{-3}\text{K}^{-1}$

$$\text{ઉષ્મીય અવરોધ} : R = \frac{L}{kA} = \frac{T_1 - T_2}{H}$$

એકમ : KsJ^{-1} પારિમાણિક સૂત્ર : $\text{M}^{-1}\text{L}^{-2}\text{T}^3\text{K}^1$

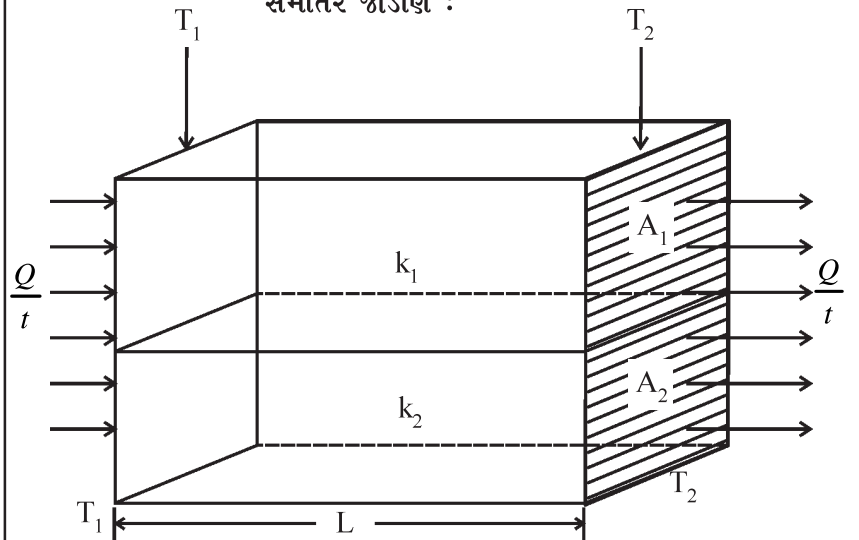
- જુદા જુદા ઉષ્મીય અવરોધ ધરાવતા બે ચોસલા જોડીને સંયુક્ત ચોસલું બનાવી શકાય.
- જેમાં બે પ્રકારે જોડાણ થાય છે.

(1) શ્રેણી-જોડાણ :



$$\begin{aligned} R_s &= R_1 + R_2 \\ &= \frac{1}{A} \left(\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right) \end{aligned}$$

સમાંતર જોડાણ :



શ્રેણી જોડાણ

$$\text{હવે, } \left(\frac{L_1 + L_2}{k_s A} \right) = \frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A}$$

$$\therefore k_s = \frac{L_1 + L_2}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2}}$$

વિશિષ્ટ કિસ્સો : જો $L_1 = L_2 = L$ હોય.

$$k_s = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

બે કરતાં વધુ ચોસલા માટે,

$$k_s = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \dots + \frac{L_n}{k_n}}$$

સમાંતર જોડાણ

સમતુલ્ય અવરોધ R_p

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$= \frac{k_1 A_1}{L} + \frac{k_2 A_2}{L_2}$$

$$= \frac{1}{L} (k_1 A_1 + k_2 A_2)$$

$$\therefore R_p = \frac{L}{k_1 A_1 + k_2 A_2}$$

$$\text{હવે, } \frac{L}{k_p (A_1 + A_2)} = \frac{L}{k_1 A_1 + k_2 A_2}$$

$$\therefore k_p = \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

વિશિષ્ટ કિસ્સો : જો $A_1 = A_2 = A$ હોય તો

$$k_p = \frac{k_1 A + k_2 A}{2A}$$

$$k_p = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

બે કરતાં વધુ ચોસલાના સમાંતર જોડાણ માટે,

$$k_p = \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2 + \dots + k_n A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

તળાવમાં બરફની જામવાની ઘટના :

- તળાવના પાણીમાં સપાટી પર x_1 જાડાઈનું બરફનું સ્તર બનેલું છે. આ જાડાઈ વધીને x_2 થવા લાગતો સમયગાળો,

$$t = \frac{1}{2} \frac{\rho L}{k T} (x_2^2 - x_1^2)$$

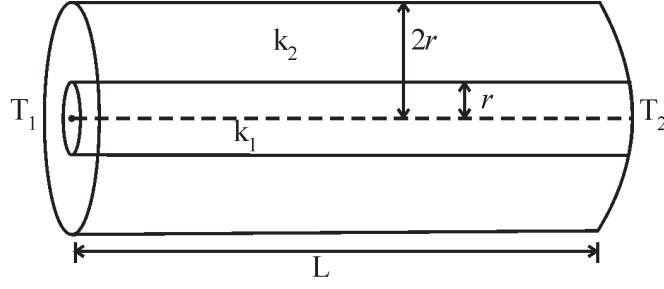
$$\therefore t \propto (x_2^2 - x_1^2)$$

યાદ રાખો :

જ્યાં, ρ = પાણીની ઘનતા
 L = પાણીની ગલનગુપ્ત ઉષ્મા
 k = ઉષ્માવાહકતા
 T = વાતાવરણનું ઋણ તાપમાન

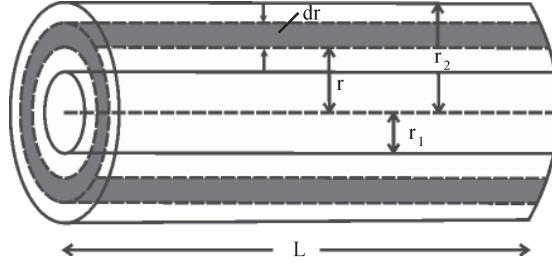
- અલગ અલગ દ્રવ્યના બે ચોસલાઓ જોડીને સંયુક્ત ચોસલું બનાવ્યું હોય ત્યારે શ્રેણી-જોડાણ અને સમાંતર જોડાણ નક્કી કરવાનો સરળ ઉપાય.
- બંને ચોસલાની સંપર્ક સપાટીનું પ્રત્યેક બિંદુ સમાન તાપમાને હોય (એટલે કે સંપર્ક સપાટી સમતાપી સપાટી હોય) તો બંને ચોસલા પરસ્પર શ્રેણી-જોડાણમાં છે એમ કહેવાય.
- બંને ચોસલાની સંપર્ક સપાટીના પ્રત્યેક બિંદુના તાપમાન ગરમથી ઠંડા છેડા તરફ જતાં ક્રમશઃ ઘટતા હોય, તો બંને ચોસલા પરસ્પર સમાંતર જોડાણમાં છે એમ કહેવાય.

- (63) r ત્રિજ્યાનો અને $2k$ ઉષ્માવાહકતા ધરાવતો ધાતુનો એક નળાકાર, k ઉષ્માવાહકતા ધરાવતા એક નળાકાર કવચ વડે વીંટળાયેલ છે. કવચની અંદર અને બહારની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે r અને $2r$ છે. આ સંયુક્ત તંત્રના છેડા પર તાપમાનો T_1 અને T_2 ($T_1 > T_2$) અચળ જાળવી રાખ્યા છે. આ તંત્રની સમતુલ્ય ઉષ્માવાહકતા કેટલી થાય ?



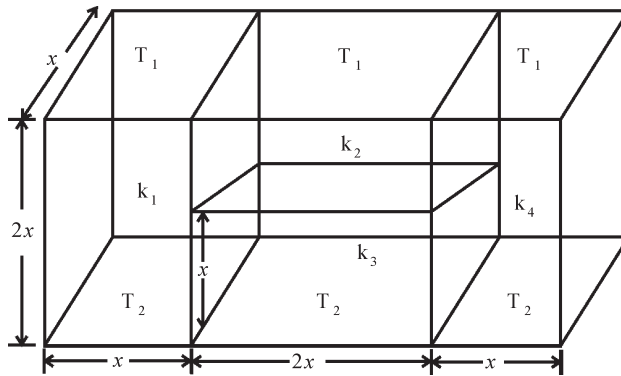
- (A) $\frac{4k}{5}$ (B) $\frac{5k}{4}$ (C) $\frac{3k}{4}$ (D) $\frac{4k}{3}$

- (64) એક નળાકારીય કવચની અંદર અને બહારની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે 2 cm અને 4 cm છે તથા લંબાઈ 50 cm છે. અંદર અને બહારની સપાટીઓના અનુક્રમે $T_1 = 0^\circ\text{C}$ અને $T_2 = 200^\circ\text{C}$ તાપમાને રાખી છે. ઉષ્માવાહકતા $69.3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ હોય, તો બહારની સપાટીથી અંદરની સપાટીમાં લંબાઈને લંબ ઉષ્માવહનનો દર ગણો.



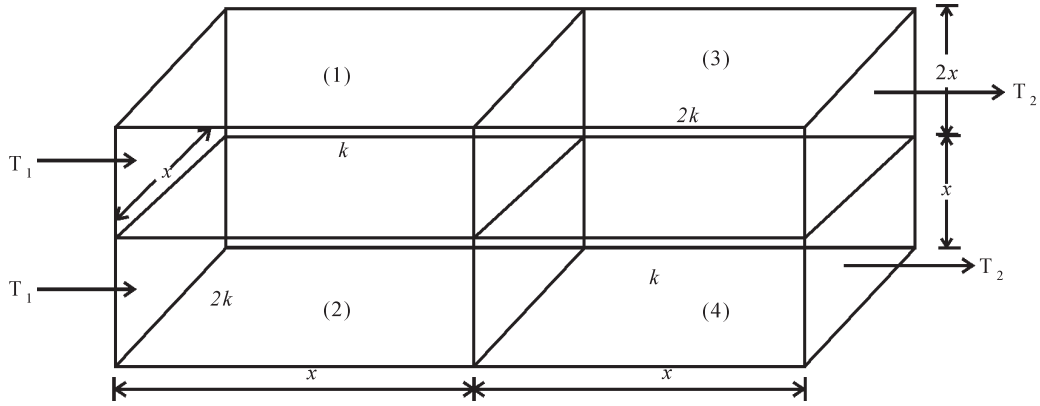
- (A) $2.72 \times 10^4 \text{ Js}^{-1}$ (B) $2.72 \times 10^7 \text{ Js}^{-1}$ (C) $6.28 \times 10^4 \text{ Js}^{-1}$ (D) $6.28 \times 10^7 \text{ Js}^{-1}$

- (65) આકૃતિમાં એક સંયુક્ત ચોસલું દર્શાવ્યું છે. જેની ઉપરની સપાટીનું તાપમાન T_1 અને નીચે તળિયાનું તાપમાન T_2 છે. સમગ્ર ચોસલાની સમતુલ્ય ઉષ્માવાહકતા નક્કી કરો. ($T_1 > T_2$) પ્રત્યેક ચોસલાના પરિમાણ અને ઉષ્માવાહકતા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે.



- (A) $\frac{(k_1 + k_4)(k_2 + k_3) + 4k_2k_3}{4(k_2 + k_3)}$ (B) $\frac{k_1 + k_2}{3} \frac{k_3 + k_4}{3}$
 (C) $\frac{4k_1k_4 + (k_2 + k_3)(k_1 + k_4)}{2k_2k_3}$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

- (66) આકૃતિમાં દર્શાવેલા સંયુક્ત ચોસલાની સમતુલ્ય ઉષ્માવાહકતા ગણો. ચોસલાની ડાબી સપાટી T_1 અને જમણી સપાટી T_2 તાપમાને છે. ($T_1 > T_2$)



- (A) $3k$ (B) $\frac{20k}{27}$ (C) $\frac{40k}{27}$ (D) $\frac{3k}{2}$

- (67) થર્મોકોલના બનેલા એક ગોળાકાર પાત્રમાં 10 kg બરફ છે. પાત્રની દીવાલની અંદરની ત્રિજ્યા 25 cm અને બહારની ત્રિજ્યા 30 cm છે. બહારનું તાપમાન 45°C છે. 1 kg બરફને પીગાળવા 335 kJ ઉષ્માની જરૂર પડે છે. થર્મોકોલની ઉષ્માવાહકતા $0.028 \text{ Jm}^{-1}\text{K}^{-1}\text{s}^{-1}$ જેટલી હોય તથા પાત્રની દીવાલો સ્થાયી ઉષ્મા અવસ્થામાં હોય, તો અડધો બરફ પીગાળવા લગભગ કેટલો સમય લાગશે ?

- (A) 90 h (B) 3800 s. (C) 9000 s. (D) 20 h.

- (68) એક ઓરડાના ધાબાના પરિમાણ $5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 10 \text{ cm}$ છે. ધાબાના કોંક્રિટની ઉષ્માવાહકતા $1.26 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ છે. રૂમની અંદરનું તાપમાન 32°C છે. બહારના વાતાવરણનું તાપમાન 44°C છે. ધાબામાં પહેલા $0.0275 \text{ Wm}^\circ\text{C}$ ઉષ્માવાહકતાવાળા અને 5 cm જાડાઈના થર્મોકોલનું સ્તર પાથર્યું છે. તેની ઉપર $0.65 \text{ W m}^{-1}\text{C}^{-1}$ ઉષ્માવાહકતાવાળી 7.5 cm જાડાઈની ઈંટોનું સ્તર પાથર્યું છે, તો ઉષ્માવહનનો દર Js^{-1} મળશે.

- (A) 155.8 Js^{-1} (B) 20.337 Js^{-1} (C) 0.924 Js^{-1} (D) 0.0064 Js^{-1}

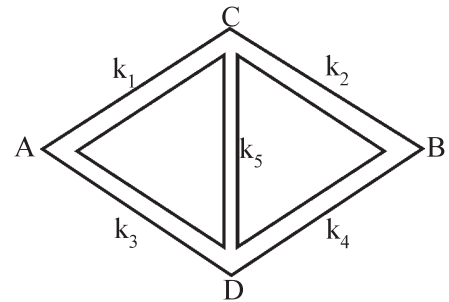
- (69) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ સમાન પરિમાણ ધરાવતા જુદા-જુદા દ્રવ્યના 5 સળિયાઓ જોડીને એક તંત્ર બનાવ્યું છે. જો સળિયા CDમાંથી ઉષ્માપ્રવાહ ન વહેતો હોય, તો સળિયા ADની ઉષ્માવાહકતા લગભગ કેટલી હોવી જોઈએ ?

$$k_1 = 370 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \text{ (કોપર)}$$

$$k_2 = 320 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \text{ (ગોલ્ડ)}$$

$$k_4 = 16 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \text{ (સ્ટીલ)}$$

$$k_3 = ?$$



- (A) 74.00 (B) 13.83 (C) 18.5 (D) 185

- (70) એક તળાવની સપાટી પર બરફના સ્તરની જાડાઈ 8 cm છે અને વાતાવરણનું તાપમાન -12°C છે. તો બરફના સ્તરની જાડાઈ 15 cm થવા લાગતો સમય શોધો. (બરફની ઉષ્માવાહકતા $0.004 \text{ cal K}^{-1}\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$ છે. બરફની ઘનતા 0.92 g cm^{-3} અને ગલનગુપ્ત ઉષ્મા 80 cal g^{-1} છે.)

- (A) 21.4 h (B) 34.3 h (C) 27.7 h (D) 4.4 h

જવાબો : 63 (B), 64 (C), 65 (A), 66 (C), 67 (D), 68 (A), 69 (C), 70 (B)

ઉષ્માનયન

- ‘તરલ પદાર્થોમાં ઘનતાના તફાવતને કારણે થતા ઉષ્માના પ્રસરણને ઉષ્માનયન કહે છે.’
- અહીં તરલકણોની વાસ્તવિક રેખીય ગતિથી, ઉષ્મા પ્રસરણ પામે છે.
- પૃથ્વી પર થતા ઉષ્મા પ્રસરણમાં મહત્તમ ફાળો ઉષ્માનયનનો જ હોય છે.

કુદરતી ઉષ્માનયન :

- લેંગ્મુર - લોરેન્ટઝનો નિયમ

$$-\frac{dT}{dt} = k' (T - T_s)^{\frac{5}{4}}$$

જ્યાં T = તંત્રનું તાપમાન
 T_s = પરિસરનું તાપમાન
 k' = સપ્રમાણતા અચળાંક

પ્રેરિત ઉષ્માનયન :

- ન્યૂટનનો શીતનનો નિયમ :

$$-\frac{dT}{dt} = k' (T - T_s)$$

k' = સપ્રમાણતા અચળાંક

ઉષ્માવિકિરણ

- ‘પ્રત્યેક સપાટી દરેક તાપમાને પોતાનામાંથી ઉષ્માઊર્જા કે વિકિરણઊર્જાનું ઉત્સર્જન કરે છે જેને ઉષ્મીય વિકિરણ કહે છે.’
- ઉષ્મીય વિકિરણો એ વીજચુંબકીય તરંગો જ છે. જે શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ઝડપે ગતિ કરે છે.
- ઉષ્મીય વિકિરણના પ્રસરણ માટે માધ્યમની હાજરી આવશ્યક નથી.

સંપૂર્ણ કાળો પદાર્થ :

- જે પદાર્થ પોતાના પર આપાત થતા પ્રત્યેક ઉષ્મીય વિકિરણનું સંપૂર્ણપણે શોષણ કરે તે પદાર્થને સંપૂર્ણ કાળો પદાર્થ કહે છે. દા.ત., સૂર્ય
- સારા શોષક પદાર્થો સારા ઉત્સર્જક પણ હોય જ.
- કાળા પદાર્થને પણ પૂરતા ઊંચા તાપમાન સુધી તપાવતા તેમાંથી બધી જ તરંગલંબાઈને અનુરૂપ વિકિરણોનું ઉત્સર્જન થાય છે.

કુલ ઉત્સર્જન પાવર (W)

- આપેલ તાપમાને પદાર્થની સપાટીના એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ એકમ સમયમાં ઉત્સર્જીતી કુલ વિકિરણ ઊર્જાને કુલ ઉત્સર્જન પાવર કહે છે.

કુલ ઉત્સર્જન પાવરનો એકમ : Wm^{-2}

- શોષકતા (a) = $\frac{\text{શોષાતી વિકિરણ ઊર્જા}}{\text{આપાત કુલ વિકિરણ ઊર્જા}}$

- ઉત્સર્જકતા (e) = $\frac{\text{પદાર્થનો કુલ ઉત્સર્જન પાવર}}{\text{તે જ તાપમાને કાળા પદાર્થનો કુલ ઉત્સર્જન પાવર}}$

- કાળા પદાર્થ માટે $a = 1$ and $e = 1$

કિર્યોફનો નિયમ :

આપેલ તાપમાને દરેક પદાર્થની શોષકતા અને ઉત્સર્જકતાનાં મૂલ્યો સમાન જ હોય છે.

સ્ટીફન બોલ્ટઝમેનનો નિયમ :

- પદાર્થનો કુલ ઉત્સર્જન પાવર તેના નિરપેક્ષ તાપમાનના ચતુર્ધાતના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

$$W \propto T^4$$

$$\therefore W = e \sigma T^4$$

$$\text{જ્યાં } \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$$

σ = સ્ટીફન બોલ્ટઝમેન અચળાંક

પારિમાણિક સૂત્ર : $M^1L^0T^{-3}K^{-4}$

વિકિરણ સ્વરૂપે પદાર્થનો ઉષ્મા ગુમાવવાનો દર :

$$\bullet \quad \frac{dQ}{dt} = e \sigma A (T^4 - T_s^4)$$

જ્યાં T = તંત્રનું તાપમાન

T_s = પરિસરનું તાપમાન

વીનનો સ્થળાંતરનો નિયમ :

- કાળા પદાર્થના તાપમાનમાં વધારો કરતાં મહત્તમ ઉત્સર્જન પાવર દર્શાવતી તરંગલંબાઈ ટૂંકી તરંગલંબાઈ તરફ ખસતી જાય છે.

$$\therefore \lambda_m T = \text{અચળ (k)}$$

જ્યાં, k = વીનનો અચળાંક

$$k = 2.89 \times 10^{-3} \text{ mK (મીટર કેલ્વિન)}$$

વીનના અચળાંકનું પારિમાણિક સૂત્ર : $M^0L^1T^0K^1$

- (71) 90°C તાપમાને રહેલી એક વસ્તુ 4 મિનિટમાં 74°C સુધી ઠંડી પડે છે અને 8 મિનિટમાં 62°C સુધી ઠંડી પડે છે, તો 20 મિનિટના અંતે તેનું તાપમાન કેટલું હશે ?
- (A) 36.4°C (B) 42.4°C (C) 38.4°C (D) 40.4°C
- (72) એક પ્રવાહીનું તાપમાન 100°C છે. વાતાવરણનું તાપમાન 10°C છે. કુદરતી રીતે આ પ્રવાહીને ઠંડું પાડતા કેટલા સમયમાં તેનું તાપમાન 82°C થશે. અચળાંક $k' = 0.01234567 (^\circ\text{C})^{-1/4}$ મિનિટ $^{-1}$
- (A) 18 મિનિટ (B) 9 મિનિટ (C) 6 મિનિટ (D) 12 મિનિટ
- (73) જ્યારે સંપૂર્ણ કાળા પદાર્થનું તાપમાન 30 % વધારવામાં આવે, તો મહત્તમ ઊર્જાને અનુરૂપ તરંગલંબાઈમાં કેટલો ફેરફાર થશે ?
- (A) 8100 % વધારો (B) 8100 % ઘટાડો (C) 30 % ઘટાડો (D) 30 % વધારો
- (74) જ્યારે સંપૂર્ણ કાળા પદાર્થના તાપમાનમાં ફેરફાર કરવામાં આવે ત્યારે મહત્તમ ઊર્જાને અનુરૂપ તરંગલંબાઈમાં 30 % ઘટાડો થાય છે, તો અનુરૂપ ઉત્સર્જિત પાવરમાં થતો પ્રતિશત ફેરફાર કેટલો હશે ?
- (A) 316 % વધારો (B) 316 % ઘટાડો (C) 416 % વધારો (D) 416 % ઘટાડો
- (75) જો સંપૂર્ણ કાળા પદાર્થના ઉત્સર્જન પાવરમાં 25 % ઘટાડો કરવો હોય, તો તાપમાનમાં લગભગ કેટલા પ્રતિશત ફેરફાર કરવો પડે ?
- (A) 30 % ઘટાડો (B) 7 % ઘટાડો (C) 7 % વધારો (D) 30 % વધારો
- (76) કાળા પદાર્થનું તાપમાન ત્રણ ગણું કરતાં તેના કુલ ઉત્સર્જન પાવરમાં થતો પ્રતિશત વધારો કેટલો હોય ?
- (A) 8100 % (B) 800 % (C) 81 % (D) 8000 %
- (77) દૂધભરેલા એક કપનું 360 K તાપમાને 320 K તાપમાન કરતાં 3.65 ગણી ઝડપથી 1°C તાપમાન ઘટે છે. જો દૂધને સંપૂર્ણ કાળો પદાર્થ ગણીએ, તો પરિસરનું તાપમાન લગભગ કેટલું હશે ?
- (A) 310 K (B) 273 K (C) 285 K (D) 300 K

જવાબો : 71 (D), 72 (C), 73 (C), 74 (A), 75 (B), 76 (D), 77 (D)

વિધાન-કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો

સૂચના : નીચેનાં વિધાન અને કારણ વાંચી નીચે આપેલ જવાબોમાંથી યોગ્ય પસંદ કરો. (પ્રશ્ન 78 થી 88)

- (a) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે તથા કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરે છે.
 (b) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે પરંતુ કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરતું નથી.
 (c) વિધાન સાચું છે પરંતુ કારણ ખોટું છે.
 (d) વિધાન ખોટું છે પરંતુ કારણ સાચું છે.

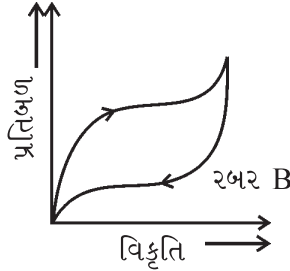
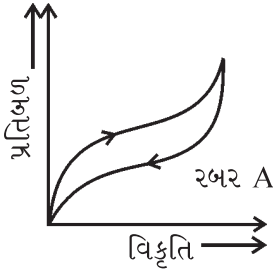
(78) **વિધાન :** રબરની એક દોરીની પ્રારંભિક લંબાઈ L છે. તેની પર $5N$ ખેંચાણબળ લગાડતા તેની લંબાઈ a મીટર થાય છે અને $6N$ ખેંચાણબળ લગાડતા b મીટર થાય છે. દોરીની લંબાઈ $(a + b - L)$ મીટર થાય જ્યારે દોરી પર લાગતું ખેંચાણબળ $9N$ હોય.

કારણ : સ્થિતિસ્થાપક દોરીની લંબાઈમાં થતો વધારો તેની પ્રારંભિક લંબાઈના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(79) **વિધાન :** નીચે બે જુદા જુદા પ્રકારના રબર માટે પ્રતિબળ $\rightarrow$ વિકૃતિના આલેખ આપ્યા છે. રબર A કરતા રબર B એ કાર ટાયર તરીકે વધુ ઉપયોગી છે.

કારણ : રબર A એ રબર B કરતા વધારે ઉષ્માઊર્જા મુક્ત કરે છે.



- (A) a (B) b (C) c (D) d

(80) **વિધાન :** બે સમાન આડછેદ ધરાવતા અને સમાન દ્રવ્યના બનેલા તાર A અને B માં તાર A ની લંબાઈ તાર B કરતા બમણી છે, તો આપેલા વજન માટે તાર Aની લંબાઈમાં થતો વધારો તાર B કરતા બમણો હોય.

કારણ : આપેલ વજન માટે તારની લંબાઈમાં થતો વધારો તેની લંબાઈના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(81) **વિધાન :** બે સમાન લંબાઈના અને સમાન દ્રવ્યના તાર A અને B માં તાર A નો વ્યાસ તાર B કરતા બમણો છે તો આપેલ ભાર માટે તાર B ની લંબાઈમાં થતો વધારો તાર A કરતા ચાર ગણો હોય.

કારણ : આપેલા ભાર માટે તારની લંબાઈમાં થતો વધારો તારના આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

(82) **વિધાન :** જ્યારે કોઈ પદાર્થ પર તણાવબળ લગાડવામાં આવે ત્યારે તેમાં આંતર પરમાણ્વીય આકર્ષણને કારણે પુનઃસ્થાપક બળ ઉદ્ભવે છે.

કારણ : પદાર્થમાં ઉદ્ભવતું પુનઃસ્થાપક બળ તે તેના આંતરિક ગુણધર્મને કારણે કાર્યાન્વિત થાય છે નહિ કે આંતરપરમાણ્વીય આકર્ષણને કારણે.

- (A) a (B) b (C) c (D) d

- (83) **વિધાન :** કાગળના ટુકડાને હવામાં સમક્ષિતિજ તરતો રાખવા, આપણે તેની ઉપર ફૂંક મારવી જોઈએ, નહિ કે તેની નીચે.
કારણ : તરલના સ્થાયી વહનમાં આપેલા દળના તરલની સંપૂર્ણ ઊર્જા સચવાય છે.
 (A) a (B) b (C) c (D) d
- (84) **વિધાન :** જ્યારે તરલ એ કોઈ પાત્રના નાના છિદ્રમાંથી વહે છે ત્યારે પાત્ર પર પાશ્ચાત બળ લાગે છે.
કારણ : આપેલ દળના તરલની સંપૂર્ણ ઊર્જા એ ગતિઊર્જામાં સચવાય છે.
 (A) a (B) b (C) c (D) d
- (85) **વિધાન :** નળીમાંથી વહેતા પ્રવાહીનો કાંતિવેગ નળીની ત્રિજ્યાના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.
કારણ : નળીમાંથી વહેતા પ્રવાહીનો વેગ નળીના આડછેદના ક્ષેત્રફળના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.
 (A) a (B) b (C) c (D) d
- (86) **વિધાન :** તદ્દન હલકા અને ધરીભ્રમણ કરતા બોલને હવામાં લટકતો રાખવા આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે હવા ફૂંકવામાં આવે છે.



કારણ : હવાની શ્યાનતાને કારણે ઊર્ધ્વ ધક્કો બોલના વજનને સંતુલિત કરી શકે છે.

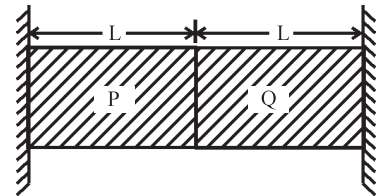
- (A) a (B) b (C) c (D) d
- (87) **વિધાન :** સમક્ષિતિજ ગતિ કરી રહેલા વિમાનનું ઉપર તરફ ઊંચકાવવું એ પાંખની ઉપરના અને નીચેના દબાણના તફાવતને કારણે થાય છે.
કારણ : ઉપરની સપાટી પર વહેતી હવાનો વેગ એ નીચેની સપાટી પર વહેતી હવાના વેગ કરતા વધુ હોય છે.
 (A) a (B) b (C) c (D) d
- (88) **વિધાન :** ટર્મિનલ વેગ જેટલા વેગથી પ્રવાહીમાં મુક્ત થતા પદાર્થ પર કોઈ બળ લાગતું નથી.
કારણ : પદાર્થનું વજન એ ઉપરની બાજુએ લાગતા ઉત્ક્રાવક બળ વડે સંતુલિત થાય છે.
 (A) a (B) b (C) c (D) d

જવાબો : 78 (D), 79 (C), 80 (A), 81 (A), 82 (C), 83 (A), 84 (C), 85 (C), 86 (C), 87 (A), 88 (C)

ફકરા આધારિત પ્રશ્નો

ફકરો-1

બે સમાન ક્ષેત્રફળ A અને સમાન લંબાઈના L ના સળિયા P અને Q દૃઢ દીવાલ વચ્ચે મૂકવામાં આવેલ છે. P અને Q નો રેખીય પ્રસરણાંક અનુક્રમે α_1 અને α_2 છે અને તેમના યંગ મોડ્યુલસ Y_1 અને Y_2 છે. બંને સળિયાનું તાપમાન T જેટલું વધારવામાં આવે છે.



- (89) કોઈ એક સળિયા વડે બીજા પર લાગતું બળ

(A) $F = \frac{TA(\alpha_1 + \alpha_2)}{\left(\frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2}\right)}$

(B) $F = TAY_1Y_2(\alpha_1 + \alpha_2)$

(C) $F = TA(Y_1 + Y_2)\alpha_1\alpha_2$

(D) ઉપર્યુક્ત એક પણ નહિ

(90) સળિયા Pની નવી લંબાઈ

(A) $L_1 = L \left[1 + \alpha_1 T + \frac{F}{AY_1} \right]$

(B) $L_1 = L \left[1 + \alpha_1 T + \frac{F}{AY_1} \right]$

(C) $L_1 = L \left[1 + \alpha_1 T - \frac{F}{AY_1} \right]$

(D) $L_1 = L \left[1 + \alpha_1 T - \frac{F}{AY_1} \right]$

(91) સળિયા Qની નવી લંબાઈ

(A) $L_2 = L \left[1 + \alpha_2 T + \frac{F}{AY_2} \right]$

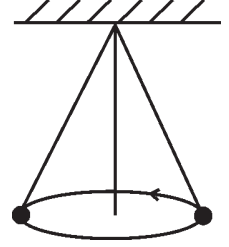
(B) $L_2 = L \left[1 + \alpha_2 T + \frac{F}{AY_2} \right]$

(C) $L_2 = L \left[1 + \alpha_2 T - \frac{F}{AY_2} \right]$

(D) $L_2 = L \left[1 - \alpha_2 T - \frac{F}{AY_2} \right]$

ફકરો-2

1m લંબાઈ અને 0.01 cm^2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા સ્ટીલના તારનો એક છેડો દૃઢ આધાર સાથે બાંધેલ છે અને બીજા છેડે એક 2 kg દળનો ગોળો જોડ્યો છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોળાને 0.2 m ત્રિજ્યાના ક્ષેત્રિજ વર્તુળાકાર માર્ગ પર ω જેટલા અચળ કોણીય વેગથી એ રીતે પરિભ્રમણ આપવામાં આવે છે કે જેથી દોરી શિરોલંબ સાથે θ ખૂણો બનાવે. ($\theta = 30^\circ$)



(92) કોણીય વેગ $\omega = \dots\dots$

(A) 5 rad s^{-1}

(B) 6.58 rad s^{-1}

(C) 5.37 rad s^{-1}

(D) 9.30 rad s^{-1}

(93) દોરીમાં ઉદ્ભવતું તણાવબળ =

(A) 23.12 N

(B) 40 N

(C) 34.6 N

(D) 266.5 N

(94) દોરીની લંબાઈમાં થતો વધારો $\Delta L = \dots\dots$

(A) $4.62 \times 10^{18} \text{ m}$

(B) $1.156 \times 10^{-4} \text{ m}$

(C) $2 \times 10^{-4} \text{ m}$

(D) $1 \times 10^{-4} \text{ m}$

(95) દોરીમાં ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ =

(A) $20 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$

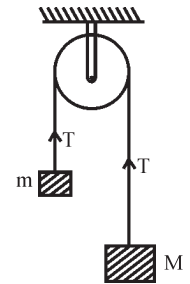
(B) $16 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$

(C) $24 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$

(D) $4 \times 10^6 \text{ N m}^{-2}$

ફકરો-3

આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે m અને $M = 2m$ દળ ધરાવતા બે બ્લૉકને, A જેટલા આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તાર વડે, ઘર્ષણરહિત પુલી પરથી લટકાવવામાં આવે છે. હવે સંતુલન સ્થિતિમાંથી તંત્રને મુક્ત કરવામાં આવે છે.



(96) બ્લૉકનો સામાન્ય પ્રવેગ =

(A) g

(B) $\frac{g}{3}$

(C) $\frac{2g}{3}$

(D) $\frac{3g}{2}$

(97) તારમાં ઉદ્ભવતું પ્રતિબળ =

(A) $\frac{Mg}{A}$

(B) $\frac{2mg}{3A}$

(C) $\frac{3Mg}{4A}$

(D) $\frac{4mg}{3A}$

(98) જો $m = 1 \text{ kg}$, $A = 8 \times 10^{-9} \text{ m}^2$, બ્રેકિંગ પ્રતિબળ $= 2 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ અને $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.

M નું મહત્તમ મૂલ્ય કે જેથી તાર બ્રેક ના થાય

- (A) 4 kg (B) 6 kg (C) 8 kg (D) 20 kg

ફકરો-4

જ્યારે કોઈ પ્રવાહી ટ્યૂબમાંથી વહે છે ત્યારે પ્રવાહીના ક્રમિક સ્તરો વચ્ચે સાપેક્ષ ગતિ હોય છે. આ ક્રમિક સ્તરો વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિને અવરોધતું એક બળ ઉદ્ભવે છે. જેને શ્યાનતા બળ કહે છે. ન્યૂટન એ પહેલો વ્યક્તિ હતો જેણે પ્રવાહીમાં ઉદ્ભવતા શ્યાનતા બળ વિશે અભ્યાસ કર્યો. ન્યૂટનના શ્યાનવહનના નિયમ પ્રમાણે પ્રવાહીના કોઈ સ્તર પર લાગતા શ્યાનતા બળનું મૂલ્ય નીચે મુજબ અપાય છે. $F = -\eta A \cdot \frac{dv}{dx}$

જ્યાં A એ સ્તરનું ક્ષેત્રફળ, $\frac{dv}{dx}$ એ વેગ પ્રચલન અને η એ પ્રવાહીનો શ્યાનતા ગુણાંક છે.

(99) જો f એ એક ઘન પદાર્થનું અન્ય ઘન પદાર્થ પર સરકવા માટે લાગતું ઘર્ષણબળ હોય અને F એ બે ક્રમિક પ્રવાહી સ્તરો વચ્ચે લાગતું શ્યાનતા બળ હોય તો...

- (A) f એ એકબીજા પર સરકતા ઘન પદાર્થોના સંપર્ક સપાટીના ક્ષેત્રફળથી સ્વતંત્ર હોય છે.
 (B) f એ બે ઘન પદાર્થો વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિ પર આધાર રાખે છે.
 (C) F એ પ્રવાહી સ્તરના ક્ષેત્રફળ પર આધાર રાખે છે.
 (D) F એ ક્રમિક સ્તરો વચ્ચેની સાપેક્ષ ગતિથી સ્વતંત્ર હોય છે.

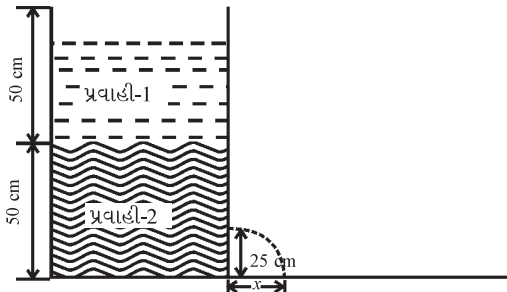
(100) શ્યાનતા ગુણાંકનું પારિમાણિક સૂત્ર

- (A) $M^1L^{-1}T^{-1}$ (B) $M^1L^1T^{-1}$ (C) $M^1L^{-2}T^{-2}$ (D) $M^1L^{-1}T^{-2}$

(101) એક નદીની ઊંડાઈ 5 m છે. તેની સપાટી પર પાણીનો વેગ 2 ms^{-1} છે. જો પાણીનો શ્યાનતા ગુણાંક 10^{-3} SI એકમ હોય, તો એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ લાગતું શ્યાનતા બળ કેટલું હોય ?

- (A) 10^{-4} Nm^{-2} (B) $2 \times 10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$ (C) $4 \times 10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$ (D) $5 \times 10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$

ફકરો-5



A જેટલા મોટા આડછેદના ક્ષેત્રફળવાળું એક નળાકાર પાત્ર સમક્ષિતિજ સપાટી પર રાખેલું છે. આ પાત્રમાં, એકબીજામાં ભળી ન જાય તેવા બે અશ્યાન પ્રવાહીઓ ભરવામાં આવ્યા છે. તેમની ઘનતા અનુક્રમે 0.6 g cm^{-3} અને 1.2 g cm^{-3} છે. વળી, પાત્રમાં આ પ્રવાહી સ્તંભોની ઊંચાઈ 50 cm છે. (જુઓ આકૃતિ). પાત્રની શિરોલંબ દીવાલ પર એક નાનકડું છિદ્ર પાડવામાં આવ્યું છે. છિદ્રની પાત્રના તળિયેથી ઊંચાઈ 25 cm અને છિદ્રના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ a ($\ll A$) છે.

(102) છિદ્રમાંથી એકમ સમયમાં બહાર આવતા પ્રવાહીના કદની પ્રારંભિક ઝડપ

- (A) 88.54 cm s^{-1} (B) 62.60 cm s^{-1} (C) 44.27 cm s^{-1} (D) 31.30 cm s^{-1}

(103) પ્રારંભમાં પ્રવાહીની સમક્ષિતિજ અવધિ $x = \dots\dots$

- (A) 100 cm (B) 70.71 cm (C) 50 cm (D) 35.35 cm

(104) મહત્તમ સમક્ષિતિજ અવધિ x માટે છિદ્રની ઊંચાઈ સપાટીથી $\dots\dots$ cm

- (A) 66.66 (B) 150 (C) 75 (D) 50

ફકરો-6

એક નળાકાર ટાંકી ઉપરથી ખુલ્લી છે અને તેના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ a_1 છે. તેમાં h ઊંચાઈ સુધી પાણી ભરેલું છે. ટાંકીના તળિયે a_2 આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતું છિદ્ર છે. અહીં $a_1 = 3a_2$

(105) ટાંકીમાંથી પડતા પાણીનો પ્રારંભિક વેગ $\dots\dots$

- (A) $\sqrt{2gh}$ (B) $\sqrt{gh}$ (C) $\sqrt{\frac{gh}{2}}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{gh}$

(106) છિદ્રમાંથી બહાર આવતા પાણીનો પ્રારંભિક વેગ $\dots\dots$

- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{gh}$ (B) $\sqrt{2gh}$ (C) $\frac{3}{2}\sqrt{gh}$ (D) $2\sqrt{2gh}$

(107) ટાંકી ખાલી થવા માટે લાગતો સમય $\dots\dots$

- (A) $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (B) $4\sqrt{\frac{h}{g}}$ (C) $6\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (D) $g\sqrt{\frac{2h}{g}}$

ફકરો-7

બધા પદાર્થો પોતાની સપાટી પરથી તેમના તાપમાન પ્રમાણે ઉષ્માઊર્જા ઉત્સર્જિત કરે છે. આ ઉષ્માઊર્જાને વિકિરણ ઊર્જા અથવા ઉષ્મીય વિકિરણ કહે છે. સૂર્ય તરફથી આપણને મળતી ઉષ્મા એક પ્રક્રિયા દ્વારા મળે છે. જેમાં વહન માટે વચ્ચેના માધ્યમની જરૂર પડતી નથી, જે ઉષ્મીય વહન અને ઉષ્મીય પ્રસરણ કરતા વિપરિત છે. વિકિરણ ઊર્જા અવકાશમાં વિદ્યુતચુંબકીય તરંગો તરીકે વહન કરે છે. જે વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટમાં પારસ્પરિક વિભાગમાં આવે છે. ઉષ્મીય વિકિરણ શૂન્યાવકાશમાં પ્રકાશની ગતિથી વહન કરે છે. ઉષ્મીય વિકિરણ, પ્રકાશની જેમ પરાવર્તન અને વક્રીભવનના નિયમો અનુસરે છે. તે પ્રકાશની જેમ વ્યતિકરણ, વિવર્તન અને ધ્રુવીભવનની ઘટનાઓ દર્શાવે છે.

ગરમ પદાર્થમાંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણ એ સમાન તાપમાને સંદર્ભ પદાર્થ (કાળો પદાર્થ)માંથી ઉત્સર્જિત વિકિરણ તરીકે દર્શાવાય છે. કાળો પદાર્થ ઉષ્મા શોષે છે અને બધી તરંગલંબાઈના વિકિરણો ઉત્સર્જે છે. કાળા પદાર્થની સપાટીમાંથી એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ દર સેકન્ડે ઉત્સર્જાતી કુલ ઊર્જા

$W = \sigma T^4$ જ્યાં, T એ પદાર્થનું નિરપેક્ષ તાપમાન છે અને σ એ સ્ટિફન બોલ્ટઝમેનનો અચળાંક છે.

જો પદાર્થ સંપૂર્ણ કાળો પદાર્થ ના હોય, તો

$$W = e\sigma T^4$$

જ્યાં e એ પદાર્થની ઉત્સર્જકતા છે.

- (108) સ્ટિફન બોલ્ટઝમેનના નિયમ પરથી, અચળાંક σ ના પરિમાણ,
- (A) $M^1L^{-2}T^{-2}K^{-4}$ (B) $M^1L^{-1}T^{-2}K^{-4}$ (C) $M^1L^1T^{-3}K^{-4}$ (D) $M^1L^0T^{-3}K^{-4}$
- (109) સ્ટિફન બોલ્ટઝમેનના અચળાંકનો SI એકમ શું છે ?
- (A) $Js^{-1}K^{-4}$ (B) $Wm^{-1}K^{-4}$ (C) $Wm^{-2}K^{-4}$ (D) $Jm^{-2}K^{-4}$
- (110) ઉષ્મીય વિકિરણ વિદ્યુતચુંબકીય વર્ણપટના કયા વિભાગમાં આવે છે ?
- (A) દૃશ્ય પ્રકાશ (B) ઇન્ફ્રારેડ (C) અલ્ટ્રાવાયોલેટ (D) માઈક્રોવેવ
- (111) ઉષ્મીય વિકિરણ શોધવા માટે નીચેનામાંથી કયા સાધનનો ઉપયોગ થાય છે ?
- (A) અચળ કદ હવાયુક્ત થર્મોમીટર (B) પ્લેટિનમ રેઝિસ્ટન્સ થર્મોમિટર
(C) થર્મોસ્ટેટ (D) થર્મોપાઈલ
- (112) T_1 જેટલા ઊંચા તાપમાને રહેલ પદાર્થ A ને એની આજુબાજુ T_2 જેટલા તાપમાને ($T_2 < T_1$) રહેલા પદાર્થ B વીંટાળેલ છે, તો હવે પદાર્થ Aનો ઉષ્મા ગુમાવવાનો દર કોના સમપ્રમાણમાં હશે ?
- (A) T_1^4 (B) $(T_1 - T_2)^4$ (C) $(T_1 - T_2)$ (D) $(T_1^4 - T_2^4)$

જવાબો : 89 (A), 90 (C), 91 (C), 92 (C), 93 (A), 94 (B), 95 (A), 96 (B), 97 (D), 98 (D), 99 (A) & (C), 100 (A), 101 (C), 102 (D), 103 (B), 104 (C), 105 (D), 106 (C), 107 (B), 108 (D), 109 (C), 110 (B), 111 (D), 112 (D)

