

उद्देश्य

वर्नियर कैलीपर्स का उपयोग

- छोटी गोलीय/बेलनाकार वस्तु का व्यास मापने के लिए।
- दी गई ज्ञात द्रव्यमान की नियमित वस्तु की विमाओं को मापने में तथा उसका घनत्व ज्ञात करना।
- दी गई बेलनाकार वस्तु जैसे बीकर/गिलास/कैलोरीमीटर का आंतरिक व्यास एवं गहराई मापने में एवं उसका आयतन परिकलित करना।

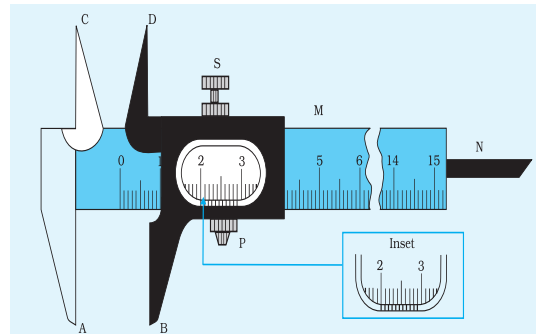
उपकरण एवं सामग्री

वर्नियर कैलीपर्स, गोल वस्तु जैसे लोलक का गोलक अथवा काँच की गोली, ज्ञात द्रव्यमान का आयताकार गुटका तथा बेलनाकार वस्तु जैसे बीकर/गिलास/कैलोरीमीटर।

मापक युक्ति का विवरण

- वर्नियर कैलिपर्स में स्टील के बने दो स्केल होते हैं - एक मुख्य स्केल तथा दूसरा वर्नियर स्केल जो मुख्य स्केल के अनुदिश सरकता है। मुख्य स्केल एवं वर्नियर स्केल दोनों ही छोटे-छोटे भागों (अंशों) में विभाजित होते हैं परंतु इन भागों के परिमाण भिन्न होते हैं।

मुख्य पैमाने पर सेंटीमीटर (cm) तथा मिलीमीटर (mm) में अंशांकन होते हैं। इसमें दो बद्ध हनु A तथा C स्केल के समकोण पर प्रक्षिप्त होते हैं। सरकवां वर्नियर स्केल में दो हनु (B, D) जो इससे तथा मुख्य स्केल से समकोण पर प्रक्षिप्त होते हैं एवं इसमें धातु की एक पट्टिका (N) होती है। जब हनु एक दूसरे से स्पर्श करते हैं तो मुख्य स्केल का शून्य अंक वर्नियर स्केल के शून्य अंक के संपाती होता है। हनु तथा पट्टिका की अभिकल्पना वस्तुओं के व्यास / लंबाई / गहराई को मापने के लिए की जाती है। घुंडी P का उपयोग वर्नियर स्केल को मुख्य स्केल पर सरकाने के लिए किया जाता है। पेंच S का उपयोग वर्नियर स्केल को किसी स्थिति पर स्थिर करने के लिए किया जाता है।



चित्र E 1.1 वर्नियर कैलिपर्स

- सामान्य स्केल का अल्पतमांक 1mm होता है। इस मापक उपकरण के अल्पतमांक में सुधार के लिए इसे और छोटे अंशों में विभाजित करना कठिन कार्य है। वर्नियर स्केल इस उद्देश्य की पूर्ति करता है।

सिद्धांत

मुख्य स्केल के एक भाग (M.S.D.) तथा वर्नियर स्केल के एक भाग (V.S.D.) के परिमाणों के अंतर को इस उपकरण का अल्पतमांक कहते हैं, क्योंकि यह वह छोटी-से-छोटी दूरी है जिसे इस उपकरण द्वारा मापा जा सकता है।

$$n \text{ V.S.D.} = (n - 1) \text{ M.S.D.}$$

उपयोग किए जाने वाले सूत्र

- वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक = $\frac{\text{मुख्य स्केल के छोटे-से-छोटे भाग का परिमाण}}{\text{वर्नियर स्केल पर कुल भागों की संख्या}}$
- आयताकार वस्तु का घनत्व = $\frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}} = \frac{m}{V} = \frac{m}{l.b.h}$ यहाँ m वस्तु का द्रव्यमान, l इसकी लंबाई, b चौड़ाई तथा h ऊँचाई है।
- बेलनाकार (खोखली) वस्तु का आयतन, $V = \pi r^2 h' = \frac{\pi D'^2}{4} \cdot h'$ यहाँ h' वस्तु की आंतरिक गहराई, D' आंतरिक व्यास एवं r आंतरिक त्रिज्या है।

कार्यविधि

(a) लघुमाप की छोटी किसी गोल अथवा बेलनाकार वस्तु का व्यास मापना

- वर्नियर कैलीपर्स के हनुओं को बंद रखिए। मुख्य स्केल के शून्य अंक का प्रेक्षण कीजिए। इसे वर्नियर स्केल के शून्य अंक के पूर्णतः संपाती होना चाहिए। यदि ऐसा नहीं है, इस उपकरण से लिए गए प्रत्येक प्रेक्षण में इस शून्यांक त्रुटि का लेखा-जोखा रखना आवश्यक है। शून्यांक त्रुटि का लेखा-जोखा रखने की विधि का विवरण पृष्ठ 26-27 में दिया गया है।
- वर्नियर स्केल के उस अंशांक को ढूँढिए जो मुख्य स्केल के किसी अंशांक के संपाती हो। यदि आवर्धक लेंस उपलब्ध हो तो उसकी सहायता से संपात (तुल्यता) के लिए वर्नियर स्केल के अंशांकों (भागों) की संख्या तथा मुख्य स्केल के भागों की संख्या का भी प्रेक्षण कीजिए। किसी भी पैरालैक्स-त्रुटि से बचाव के लिए अपनी आँख को संपात करने वाले भागों के ठीक सामने रखिए।
- गतिमान हनु को मुक्त करने के लिए पेंच को धीरे-धीरे ढीला कीजिए। इसे धीरे-धीरे सरकाकर इतना खोलिए कि इसके निचले हनुओं AB के बीच गोले/बेलनाकार वस्तु को हल्के से पकड़े रखा (बिना किसी अवांछनीय दाब डाले) जा सके। हनु वस्तु के व्यास

के लंबवत होने चाहिए। अब पेंच को कस दीजिए ताकि उपकरण इस स्थिति में वस्तु को भली-भाँति जकड़ ले।

4. मुख्य स्केल के सामने वर्नियर स्केल के शून्य अंक की स्थिति को सावधानीपूर्वक नोट कीजिए। सामान्यतः, यह मुख्य स्केल के किसी भी छोटे भाग के पूर्णतः संपाती नहीं होगा। वर्नियर स्केल के शून्य अंक के ठीक बायीं ओर के मुख्य स्केल के भाग का पाठ्यांक नोट कीजिए।
5. वर्नियर खिड़की में बायें सिरे (शून्य) से दायीं ओर वर्नियर स्केल के उस अंशांक का सावधानीपूर्वक अवलोकन करना आरंभ कीजिए जो मुख्य स्केल के किसी अंशांक से स्पष्ट रूप में संपात करता हो। इसकी संख्या (जैसे) N को सावधानीपूर्वक नोट कीजिए।
6. उपकरण के अल्पतमांक से ' N ' को गुणा कीजिए तथा प्राप्त गुणनफल को चरण 4 में नोट किए गए मुख्य स्केल के पाठ्यांक में जोड़िए। योग की वैधता के लिए यह सुनिश्चित कीजिए कि गुणनफल को उचित मात्रकों (सामान्यतः cm में) में परिवर्तित कर लिया गया है अथवा नहीं।
7. वस्तु की तीन विभिन्न स्थितियों पर व्यास का मान प्राप्त करने के लिए वर्नियर कैलीपर्स को लगाकर उपरोक्त चरणों 3-6 को दोहराइए।
8. अपने प्रेक्षणों को उचित मात्रकों सहित तालिका के रूप में [सारणी E 1.1 (a)] लिखिए। यदि आवश्यक हो तो प्रेक्षित पाठ्यांक में शून्यांक संशोधन कीजिए।
9. वस्तु के व्यास के संशोधित पाठ्यांकों का योगात्मक माध्य ज्ञात कीजिए। परिणाम को उचित मात्रकों एवं सार्थक अंकों की औचित्य संख्या द्वारा व्यक्त कीजिए।

(b) किसी नियमित आयताकार वस्तु का घनत्व मापने के लिए उसकी विमाएँ मापना।

1. आयताकार वस्तु की लंबाई (यदि वर्नियर कैलीपर्स के विस्तारित हनुओं की सीमा से अधिक है)। उचित पैमाने से मापिए। अन्यथा गुटके को लंबाई के अनुरूप वर्नियर कैलीपर्स के हनुओं के बीच फंसाकर (a) में वर्णित चरण 3-6 को दोहराइए।
2. आयताकार वस्तु को उचित स्थितियों में वर्नियर कैलीपर्स के हनुओं के बीच रखकर (a) में वर्णित चरणों 3-6 को दोहराकर वस्तु की अन्य विमाएँ (चौड़ाई b तथा ऊँचाई h) ज्ञात कीजिए।
3. उचित मात्रकों एवं सार्थक अंकों सहित आयताकार गुटके की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई की माप को सारणीबद्ध कीजिए। यदि आवश्यक हो तो शून्यांक संशोधन भी कीजिए।
4. लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई के लिए गए पाठ्यांकों के पृथक्-पृथक् योगात्मक माध्य ज्ञात कीजिए।

(c) दिए गए बीकर (अथवा इसी प्रकार की बेलनाकार वस्तु) का आयतन ज्ञात करने के लिए इसका आंतरिक व्यास और गहराई मापना।

1. वर्नियर कैलीपर्स के ऊपरी हनुओं CD को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि ये बीकर की भीतरी दीवारों को छूने लगे परंतु उन पर अनावश्यक दाब न लगाएँ। वर्नियर कैलीपर्स को इसी स्थिति में रखने के लिए पेंच को धीरे-से कसिए।

- बीकर/कैलोरीमीटर का आंतरिक व्यास मापने के लिए (a) के अनुसार चरण 3-6 दोहराइए। ऐसा बीकर की दो भिन्न (कोणीय) स्थितियों के लिए कीजिए।
- वर्नियर कैलीपर्स के मुख्य स्केल वाले सिरे को, बीकर / कैलोरीमीटर की गहराई मापने के लिए उसके सिरे के उपांतीय पर रखिए। ऐसा इस प्रकार किया जाना चाहिए कि वर्नियर कैलीपर्स की पत्ती का अग्रसिरा (टिप) बीकर / कैलोरीमीटर के भीतर उसकी लंबाई के अनुदिश मुक्त रूप से जा सके।
- उपकरण के हनु को इतना सरकाइए कि पत्ती (स्ट्रिप) का अग्रसिरा कैलोरीमीटर / बीकर की तली के पृष्ठ को स्पर्श करने लगे। यह ध्यान रखिए कि ऐसा करते समय स्ट्रिप तली के पृष्ठ के पूर्णतः लंबवत हो। वर्नियर कैलीपर्स के पेंच को कसिए।
- प्रयोग के भाग (a) के चरण 4-6 को दी गई वस्तु की गहराई मापने के लिए दोहराइए। बर्तन के भीतर की दो विभिन्न स्थितियों के लिए गहराई के पाठ्यांक वर्नियर कैलीपर्स द्वारा लीजिए।
- उचित मातृकों तथा सार्थक अंकों में प्रेक्षकों को तालिका के रूप में (सारणी E 1.1(c)) लिखिए। आवश्यक हो तो शून्यांक संशोधन भी कीजिए।
- दी गई वस्तु के आंतरिक व्यास तथा गहराई के संशोधित पाठ्यांकों का पृथक्-पृथक् योगात्मक माध्य ज्ञात कीजिए। परिणाम को उचित मातृकों तथा सार्थक औचित्य संख्या में व्यक्त कीजिए।

प्रेक्षण

(i) वर्नियर का अल्पतमांक

मुख्य स्केल का 1 भाग (MSD) = 1mm = 0.1cm वर्नियर स्केल के भागों की संख्या, $N=10$

वर्नियर स्केल के 10 अंशांक (भाग) = मुख्य स्केल के 9 अंशांक (भाग)

वर्नियर स्केल का 1 अंश = मुख्य स्केल के 0.9 अंश

वर्नियर का अल्पतमांक = मुख्य स्केल का 1 अंश - वर्नियर स्केल का 1 अंश

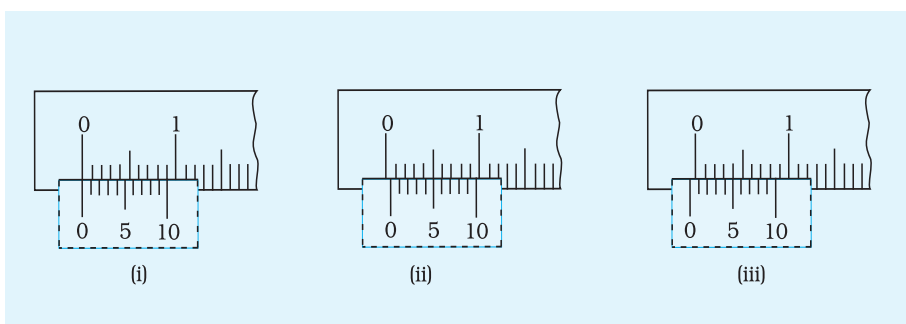
वर्नियर का अल्पतमांक = $(1-0.9)$ मुख्य स्केल के अंश

= 0.1 मुख्य स्केल के अंश

वर्नियर का अल्पतमांक (V_c) = 0.1mm = 0.01cm

वैकल्पिक

वर्नियर का अल्पतमांक = $\frac{1\text{MSD}}{N}$



चित्र E 1.2 शून्यांक त्रुटि (i) शून्यांक त्रुटि शून्य (ii) धनात्मक शून्यांक त्रुटि (iii) ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि

$$= \frac{1 \text{ mm}}{10}$$

वर्नियर का अल्पतमांक (V_c) = $0.1 \text{ mm} = 0.01 \text{ cm}$

(ii) शून्यांक त्रुटि तथा इसका संशोधन

जब हनु A तथा B एक दूसरे से स्पर्श करते हैं तो वर्नियर का शून्य मुख्य स्केल के शून्य के संपाती होना चाहिए। यदि ऐसा नहीं है तो यह कहा जाता है कि उपकरण में शून्यांक त्रुटि (e) है। शून्यांक त्रुटि धनात्मक भी हो सकती है और ऋणात्मक भी। यह इस तथ्य पर निर्भर करता है कि वर्नियर स्केल का शून्य मुख्य स्केल के शून्य के दायीं ओर है अथवा बायीं ओर। इसे चित्र E 1.2 में दर्शाया गया है। इस स्थिति में प्रेक्षित पाठ्यांकों में संशोधन की आवश्यकता होती है।

(iii) धनात्मक शून्यांक त्रुटि

चित्र E1.2 (ii) द्वारा धनात्मक शून्यांक त्रुटि का एक उदाहरण प्रस्तुत किया गया है। चित्र से स्पष्ट है कि जब वर्नियर के दोनों हनु एक दूसरे के संपर्क में हैं तब वर्नियर का शून्यांक मुख्य स्केल के शून्यांक के दायीं ओर विस्थापित है (ऐसा उपकरण के उत्पादन में त्रुटि अथवा उसे उचित ढंग से उपयोग में न लाने के कारण हो सकता है)। इस स्थिति से स्पष्ट है कि इस उपकरण से लिया गया पाठ्यांक वास्तविक पाठ्यांक से अधिक होगा। अतः प्रेक्षित पाठ्यांक में समुचित संशोधन करना आवश्यक होगा जो वर्नियर स्केल के शून्यांक के दायीं ओर विस्थापित दूरी के तुल्य होगा।

आदर्श स्थिति में, वर्नियर स्केल का शून्यांक मुख्य स्केल के शून्यांक के संपाती होना चाहिए। परंतु चित्र E1.2 (ii) में वर्नियर का पाँचवा अंशांक मुख्य स्केल के किसी अंशांक के संपाती है। अतः,

$$\begin{aligned}\text{शून्यांक त्रुटि} &= + 5 \times \text{अल्पतमांक} \\ &= + 0.05 \text{ cm}\end{aligned}$$

अतः, इस प्रकरण में शून्यांक त्रुटि धनात्मक है। उपकरण द्वारा लिए गए प्रत्येक प्रेक्षित पाठ्यांक में से शून्यांक त्रुटि (इस उदाहरण में +0.05cm) को 'घटाना' होगा। अतः

$$\text{वास्तविक पाठ्यांक} = \text{प्रेक्षित पाठ्यांक} - (+ \text{शून्यांक त्रुटि})$$

(iv) ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि

चित्र E 1-2 (iii) द्वारा ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि का एक उदाहरण प्रस्तुत किया गया है। चित्र से स्पष्ट है कि जब वर्नियर के दोनों हनु एक दूसरे के संपर्क में हैं तब वर्नियर का शून्यांक मुख्य स्केल के शून्यांक के बायीं ओर विस्थापित है। इस स्थिति से स्पष्ट है कि इस उपकरण से लिया गया पाठ्यांक वास्तविक पाठ्यांक से कम होगा। अतः प्रेक्षित पाठ्यांक में समुचित संशोधन करना आवश्यक होगा जो वर्नियर स्केल के बायीं ओर विस्थापित दूरी के तुल्य होगा।

चित्र E 1-2 (iii) में वर्नियर का पाँचवा अंशांक मुख्य स्केल के किन्हीं अंशांक के संपाती है। अतः,

$$\begin{aligned}\text{शून्यांक त्रुटि} &= - 5 \times \text{अल्पतमांक} \\ &= - 0.05 \text{ cm}\end{aligned}$$

ध्यान दीजिए कि इस प्रकरण में शून्यांक त्रुटि ऋणात्मक है। इस उपकरण द्वारा मापी गई किसी लंबाई के प्रेक्षित पाठ्यांक में से भी ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि (इस उदाहरण में - 0.05 cm) को घटाया जाता है ताकि वास्तविक पाठ्यांक प्राप्त किया जा सके। अतः,

$$\text{वास्तविक पाठ्यांक} = \text{प्रेक्षित पाठ्यांक} - (-\text{शून्यांक त्रुटि})$$

सारणी E.1.1(a)–छोटी गोलीय/बेलनाकार वस्तु के व्यास का मापन

क्रम	मुख्य स्केल का पाठ्यांक, M	वर्नियर के संपाती भागों की संख्या	वर्नियर स्केल का पाठ्यांक $V = N \times V_c$	प्रेक्षित व्यास $M + V$ (cm/
1.				
2.				
3.				
4.				

शून्यांक त्रुटि $e = \pm \dots \text{cm}$

प्रेक्षित व्यास का माध्य = $\dots \text{cm}$

सही / संशोधित व्यास = प्रेक्षित व्यास का माध्य - शून्यांक त्रुटि

सारणी E.1.1 (b)–दी गई नियमित वस्तु (आयताकार गुटका) की विमाओं का मापन

विमा	क्रम संख्या	मुख्य स्केल का पाठ्यांक, M (cm/mm)	वर्नियर के संपाती भागों की संख्या N	वर्नियर स्केल का पाठ्यांक $V = N \times V_c$ (cm/mm)	प्रेक्षित व्यास $M + V$ (cm/mm)
लंबाई (l)	1. 2. 3.				
चौड़ाई (b)	1. 2. 3.				
ऊँचाई (h)	1. 2. 3.				

शून्यांक त्रुटि $e = \pm \dots \text{cm}$

माध्य प्रेक्षित लंबाई = $\dots \text{cm}$, माध्य प्रेक्षित चौड़ाई $\dots \text{cm}$,

माध्य प्रेक्षित ऊँचाई $= \dots \text{cm}$

संशोधित लंबाई $= \dots \text{cm}$ संशोधित चौड़ाई $= \dots \text{cm}$ संशोधित ऊँचाई $= \dots \text{cm}$

सारणी E1.1 (c)–दिए गए बीकर / कैलोरीमीटर / बेलनाकार गिलास के व्यास और गहराई का मापन

विमा	क्रम संख्या	मुख्य स्केल का पाठ्यांक, M (cm/mm)	वर्नियर के संपाती भागों की संख्या N	वर्नियर स्केल का पाठ्यांक $V = N \times V_c$ (cm/mm)	प्रेक्षित व्यास $M + V$ (cm/mm)
आंतरिक व्यास (D')	1. 2. 3.				
गहराई (h')	1. 2. 3.				

शून्यांक त्रुटि $e = \pm \dots \text{cm}$

माध्य व्यास $= \dots \text{cm}$

माध्य गहराई = ...cm

वास्तविक व्यास = ...cm

वास्तविक गहराई = ...cm

परिकलन

(a) गोले / बेलनाकार वस्तु का माध्य प्रेक्षित व्यास का मापन

$$\text{माध्य प्रेक्षित व्यास, } D_o = \frac{D_1 + D_2 + \dots + D_6}{6} \text{ cm}$$

$$D_o = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{दी गई वस्तु का संशोधित व्यास, } D = D_o - (\pm e) = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

(b) आयताकार गुटके की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का मापन

$$\text{माध्य प्रेक्षित लंबाई, } l_o = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} \text{ cm}$$

$$l_o = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{गुटके की संशोधित लंबाई, } l = l_o - (\pm e) = \dots \text{ cm}$$

$$\text{माध्य प्रेक्षित चौड़ाई, } b_o = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3} \text{ cm}$$

$$\text{गुटके की माध्य प्रेक्षित चौड़ाई, } b_o = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{गुटके की संशोधित चौड़ाई, } b = b_o - (\pm e) \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{माध्य प्रेक्षित ऊँचाई, } h_o = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \text{ cm}$$

$$\text{गुटके की माध्य प्रेक्षित ऊँचाई, } h_o = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{गुटके की वास्तविक ऊँचाई, } h = h_o - (\pm e) = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{आयताकार गुटके का आयतन } V = l \times b \times h = \dots \text{ cm}^3 = \dots \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{गुटके का घनत्व } \rho = \frac{m}{V} = \dots \text{ kgm}^{-3}$$

(c) बीकर / बेलनाकार गिलास के आंतरिक व्यास का मापन

$$\text{माध्य प्रेक्षित आंतरिक व्यास, } D_o = \frac{D_1 + D_2 + D_3}{3}$$

$$D_o = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{संशोधित आंतरिक व्यास, } D = D_o - (\pm e) = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{बीकर / बेलनाकार गिलास की माध्य प्रेक्षित गहराई, } h_o = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3}$$

संशोधित प्रेक्षित गहराई

$$= \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$h = h_0 - (\pm e) = \dots \text{ cm} = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$$

बीकर / बेलनाकार गिलास का आंतरिक आयतन

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4} = \dots \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

परिणाम

(a) गोल / बेलनाकार वस्तु का व्यास, $D = \dots \times 10^{-2} \text{ m}$

(b) दिए गए आयताकार गुटके का घनत्व $\rho = \dots \text{ kgm}^{-3}$

(c) दिए गए बीकर / बेलनाकार गिलास का आंतरिक आयतन $V = \dots \text{ m}^3$

सावधानियाँ

1. यदि वर्नियर स्केल मुख्य स्केल पर आसानी से न सरकता हो तो मशीन तेल / ग्रीज का उपयोग कीजिए।
2. पेंच को अवांछनीय दाब दिए बिना वर्नियर के पेंच को कसिए ताकि वर्नियर स्केल से जुड़े पेंच की चूड़ियों में टूट-फूट न हो।
3. पेरैलैक्स से बचाव के लिए आँख को अंकित भागों के ठीक ऊपर रखिए।
4. प्रत्येक प्रेक्षण को उचित मातृकों एवं सार्थक अंकों सहित नोट कीजिए।

त्रुटियों के स्रोत

वर्नियर कैलीपर्स द्वारा ली गई माप अशुद्ध हो सकती है, यदि -

- (i) उपकरण में कोई शून्यांक त्रुटि है जिसका ध्यान नहीं रखा गया है।
- (ii) अंतरालों अथवा अनावश्यक दाब अथवा दोनों से बचते हुए वर्नियर कैलीपर्स को वस्तु के साथ उचित स्थिति में अनुप्रयुक्त नहीं किया गया है।

परिचर्चा

1. वर्नियर कैलीपर्स कुछ ऐसे निश्चित अनुप्रयोगों के लिए आवश्यक तथा उपयुक्त है जहाँ वस्तु की वांछनीय विमाएँ मुक्त रूप से निर्धारित की जा सकती हों। इसे बहुत-सी परिस्थितियों में उपयोग नहीं किया जा सकता जैसे किसी धातु के गुटके में 'd' व्यास का कोई छिद्र बनाया जाना है। यदि छिद्र का व्यास d छोटा है, जैसे 2 mm, तो न तो छिद्र का व्यास और न ही उसकी गहराई इस उपकरण से मापी जा सकती है।

2. इस तथ्य की अनुभूति भी आवश्यक है कि लंबाई / चौड़ाई / मोटाई आदि का वर्नियर कैलीपर्स द्वारा मापन तभी आवश्यक होता है जब परिणाम (किसी तार के आयतन को निर्धारित करना) में उच्च कोटि की परिशुद्धता की आवश्यकता होती है। इसका उपयोग ऐसी परिस्थिति में अर्थहीन होता है, जहाँ परिणाम पर मापन की परिशुद्धता का कोई प्रभाव नहीं होता। उदाहरण के लिए सरल लोलक के प्रयोग में गोलक के व्यास का मापन, क्योंकि $L \gg d$

स्व-मूल्यांकन

1. वर्नियर कैलीपर्स का उपयोग करके माप लेने के कौशल को विकसित करने के स्तर को जानने के लिए यह अभ्यास किया जा सकता है। चूड़ियाँ / कंगन / कंचे आदि जैसी वस्तुओं जिनकी विमाओं की माप वर्नियर कैलिपर्स द्वारा अप्रत्यक्ष रूप से, इनके चारों ओर धागा लपेटकर की जा सकती है। दोनों विधियों द्वारा प्राप्त परिणामों की तुलना करके इस उपकरण के उपयोग करने में विकसित कौशल के स्तर का मूल्यांकन किया जा सकता है।
2. वर्नियर किसी स्केल का अल्पतमांक कैसे कम कर देता है?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. किसी दिए गए बेलनाकार पात्र के काँच / धातु का घनत्व निर्धारित करना।
2. बोर्ड तथा दरवाजों की मोटाई का मापन।
3. जल पाइप के बाहरी व्यास का मापन।

अतिरिक्त अभ्यास

1. फ़ोर्टिन-बैरोमीटर में लगे वर्नियर में सामान्यतः 20 VSD 19 MSD (प्रत्येक भाग की लंबाई 1mm) के संपाती होते हैं। वर्नियर का अल्पतमांक ज्ञात कीजिए।
2. स्पेक्ट्रोमीटर / सेक्सटैंट में लगे कोणीय वर्नियर में सामान्यतः 60 VSD 59 MSD (प्रत्येक भाग का कोण 1°) के संपाती होते हैं। कोणीय वर्नियर का अल्पतमांक ज्ञात कीजिए।
3. वर्नियर कैलीपर्स के वर्नियर स्केल पर भागों की संख्या में वृद्धि करने पर इसके द्वारा ली गई माप की परिशुद्धता किस प्रकार प्रभावित होगी?
4. दिए गए सिलिंडर तथा वर्नियर कैलीपर्स के युगल का उपयोग करके आप π का मान कैसे ज्ञात कर सकते हैं।
[संकेत: वर्नियर कैलीपर्स का उपयोग करके सिलिंडर का व्यास D मापिए तथा धागे की सहायता से सिलिंडर की परिधि ज्ञात कीजिए। परिधि व व्यास (D) के अनुपात से π का मान प्राप्त होगा।]
5. वर्नियर कैलीपर्स द्वारा आप किसी स्टील के गिलास की दीवारों की मोटाई कैसे ज्ञात कर सकते हैं?
[संकेत: वर्नियर कैलीपर्स द्वारा गिलास का आंतरिक व्यास (D_i) तथा बाह्य व्यास (D_o) मापिए। तब गिलास की शीट की मोटाई $D_t = (D_o - D_i)/2$ ।]

उद्देश्य

स्कूगेज का उपयोग करके

- (a) दिए गए तार का व्यास मापना,
- (b) दी गई शीट की मोटाई मापना तथा
- (c) किसी अनियमित पटल का आयतन मापना।

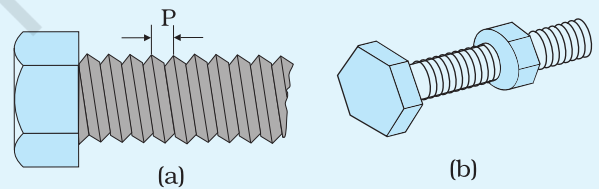
उपकरण तथा सामग्री

तार, धातु की शीट, अनियमित पटल, मिलीमीटर ग्राफ़ पेपर, पेंसिल तथा स्कूगेज।

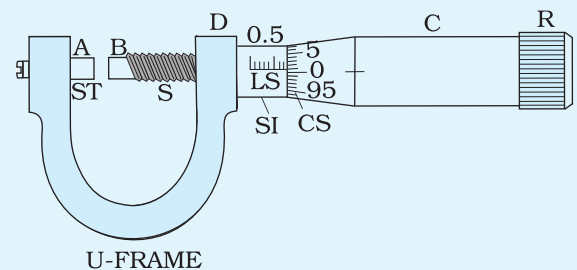
स्कूगेज का विवरण

किसी वर्नियर कैलीपर्स का उपयोग करके आप 0.01 cm (0.1mm) तक की लंबाई की यथार्थ माप ले सकते हैं। लंबाई की और अधिक, 0.01mm अथवा 0.05mm तक की, यथार्थ माप के लिए स्कूगेज का उपयोग किया जा सकता है। इस प्रकार स्कूगेज वर्नियर कैलीपर्स की तुलना में उच्च परिशुद्धता की माप करने वाला उपकरण है। आपने किसी सामान्य पेंच (स्कू) का प्रेक्षण किया होगा [चित्र E 2.1(a)]। पेंच पर चूड़ियाँ होती हैं। किन्हीं भी दो क्रमागत चूड़ियों के बीच का पृथकन समान होता है। इस पेंच को इसकी डिबरी (नट) में वामावर्त अथवा दक्षिणावर्त घूर्णन देकर पीछे अथवा आगे चलाया जा सकता है [चित्र E 2.1(b)]।

एक पूर्ण घूर्णन देने पर स्कू द्वारा आगे या पीछे की ओर तय की गई दूरी इसकी दो क्रमागत चूड़ियों के बीच के पृथकन के बराबर होती है। इसे पेंच का चूड़ी अंतराल कहते हैं। चित्र E 2.1(a) पेंच का चूड़ी अंतराल p दिखाया गया है। यह सामान्यतया 1mm अथवा 0.5mm होता है। चित्र E 2.2 में एक स्कूगेज दिखाया गया है। इसमें एक पेंच “S”

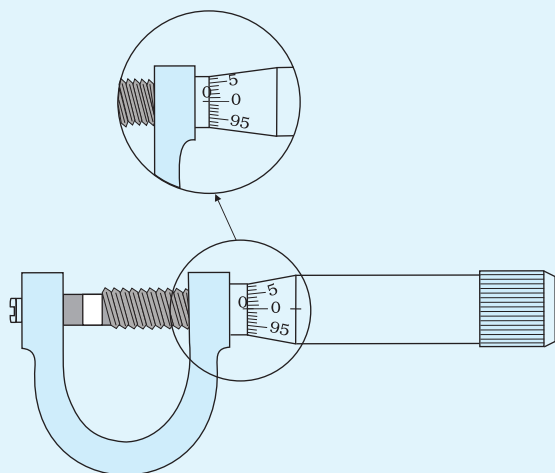


चित्र E 2.1 एक पेंच (a) बिना डिबरी (b) डिबरी सहित



चित्र E 2.2 स्कूगेज

होता है जो इसके शीर्ष C को रैचेट R द्वारा घूर्णन देने पर आगे अथवा पीछे गति करता है। इसके U फ्रेम की बाहु D से एक रैखिक स्केल LS जुड़ा होता है। इस रैखिक स्केल का छोटे-से छोटा भाग 1mm (एक प्रकार के स्कूगेज में) अथवा 0.5mm होता है। इसके शीर्ष पर एक वृत्तीय स्केल CS होता है जो घूर्णन कर सकता है। वृत्तीय स्केल पर 100 भाग होते हैं। जब पेंच का सिर B स्टड शून्यांक (बटन) ST के पृष्ठ को स्पर्श करता है तो वृत्तीय स्केल का किनारा शून्यांक के संपाती होना चाहिए।



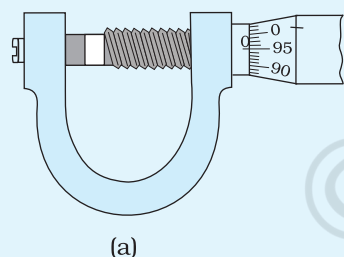
चित्र E 2.3 (a) एक स्कूगेज जिसमें कोई शून्य त्रुटि नहीं है

शून्यांक त्रुटि

यदि पेंच का सिर B स्टड के पृष्ठ को स्पर्श करे तो वृत्तीय स्केल तथा मुख्य रैखिक स्केल शून्यांक संपाती होने चाहिए तथा वृत्तीय पैमाने का पाठ्यांक भी शून्य होना चाहिए। यदि ऐसा नहीं है तो यह कहा जाता है कि स्कूगेज में त्रुटि है जिसे शून्यांक त्रुटि कहते हैं।

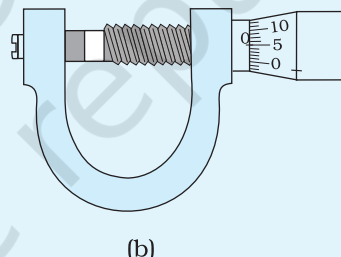
चित्र E 2.3 में स्कूगेज के एक भाग का आवर्धित दृश्य दिया गया है। जिसमें फलक A तथा B संपर्क में दर्शाए गए हैं। इसमें LS तथा CS के शून्य चिह्न संपाती हैं।

जब वृत्तीय स्केल का पाठ्यांक रैखिक स्केल पर शून्य से अधिक (अथवा धनात्मक) होता है तो चित्र E 2.4 (a) में दिखाए अनुसार उपकरण में धनात्मक शून्यांक त्रुटि होती है। जब वृत्तीय



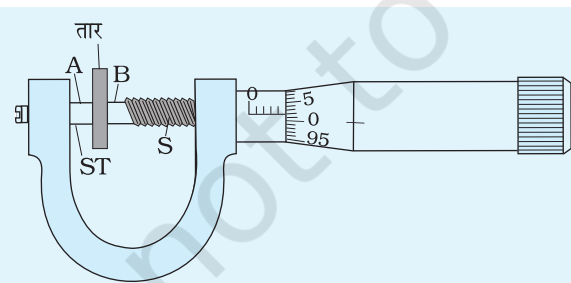
(a)

चित्र E 2.4 (a) धनात्मक शून्यांक त्रुटि की कोई स्थिति



(b)

चित्र E 2.4 (b) ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि की कोई स्थिति



चित्र E 2.5 स्कूगेज से मोटाई मापना

वृत्तीय स्केल का पाठ्यांक लेना

वृत्तीय स्केल का वह भाग (अंशांक) जो मुख्य (रैखिक) स्केल की रेखा के संपाती होता

स्केल का पाठ्यांक रैखिक स्केल पर शून्य से कम (अथवा ऋणात्मक) होता है तो चित्र E 2.4 (b) में दिखाए अनुसार उपकरण में ऋणात्मक शून्यांक त्रुटि होती है।

रैखिक स्केल का पाठ्यांक लेना

रैखिक स्केल का वह चिह्न जो वृत्तीय स्केल के किनारे के निकट होता है रैखिक स्केल का पाठ्यांक होता है। उदाहरण के लिए, (चित्र E 2.5 में) रैखिक स्केल पाठ्यांक 0.5 cm है।

है, वह वृत्तीय स्केल का पाठ्यांक होता है। उदाहरण के लिए, चित्र E 2.5 में दिखाए अनुसार वृत्तीय स्केल का पाठ्यांक 2 है।

कुल पाठ्यांक

$$\begin{aligned}\text{कुल पाठ्यांक} &= \text{रैखिक स्केल पाठ्यांक} + \text{वृत्तीय स्केल पाठ्यांक} \times \text{अल्पतमांक} \\ &= 0.5 \text{ cm} + 2 \times 0.001 \text{ cm} = 0.502 \text{ cm}\end{aligned}$$

सिद्धांत

पेंच द्वारा चली गई दूरी उसे दिए गए घूर्णन के अनुक्रमानुपाती होती है। पेंच को उसके वृत्तीय स्केल के एक भाग का घूर्णन देने पर पेंच द्वारा चली गई रैखिक दूरी वह अल्पतम दूरी होती है जो इस उपकरण द्वारा यथार्थतापूर्वक मापी जा सकती है। इसे उपकरण का अल्पतमांक कहते हैं।

$$\text{अल्पतमांक} = \text{चूड़ी अंतराल} / \text{वृत्तीय स्केल पर भागों (अंशों) की संख्या}$$

उदाहरण के लिए, किसी स्कूगेज जिसका चूड़ी अंतराल 1 mm तथा जिसके वृत्तीय स्केल पर 100 भाग हैं, उसका अल्पतमांक $1 \text{ mm} / 100 = 0.01 \text{ mm}$ होता है। यह वह अल्पतम लंबाई (दूरी) है जिसे इस स्कूगेज से मापा जा सकता है।

अन्य प्रकार के स्कूगेज में चूड़ी अंतराल 0.5 mm तथा वृत्तीय स्केल पर 50 भाग होते हैं। इस प्रकार के स्कूगेज का अल्पतमांक $0.5 \text{ mm} / 50 = 0.01 \text{ mm}$ होता है। ध्यान दीजिए, इस पेंच को 1mm आगे बढ़ने के लिए पूरे दो चक्कर लगाने होते हैं। चूँकि स्कूगेज का अल्पतमांक 0.001cm (अर्थात् 10^{-6} m) है इसीलिए इसे माइक्रोमीटर स्कू (पेंच) भी कहते हैं।

(a) किसी दिए गए तार के व्यास का मापन

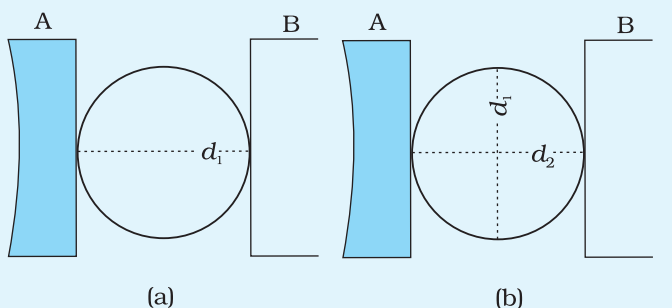
कार्यविधि

1. स्कूगेज लीजिए और यह जाँच कीजिए कि पेंच के शीर्ष पर लगा रैचेट R उचित प्रकार से कार्य करता है अथवा नहीं।
2. मान लीजिए पेंच को कुछ घूर्णन दीजिए और यह प्रेक्षण कीजिए कि यह कितनी दूर पीछे हटता है। यह दूरी वृत्तीय स्केल के किनारे द्वारा रैखिक स्केल पर पाठ्यांक है। इसके पश्चात पेंच का चूड़ी अंतराल, अर्थात् पेंच द्वारा एक पूर्ण घूर्णन में चली गई दूरी ज्ञात कीजिए। यदि वृत्तीय स्केल को n भागों में अंशांकित किया गया हो तो एक भाग घुमाने पर चूड़ी द्वारा तय की दूरी को स्कूगेज का अल्पतमांक कहते हैं अर्थात्

$$\text{अल्पतमांक} = \text{चूड़ी अंतराल} / \text{वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या} = \frac{\text{चूड़ी अंतराल}}{n}$$

3. स्कूगेज के स्टड तथा पेंच के बीच तार को रखिए। रैचेट को घूर्णन देकर पेंच को उस समय तक आगे बढ़ाइए जब तक कि चित्र 2.5 में दर्शाए अनुसार तार पेंच व स्टड के

बीच हल्का-सा कसकर पकड़ा नहीं जाता। जब 'क्लिक' ध्वनि सुनाई देने लगे तो रैचेट को घुमाना बंद कर दीजिए।



चित्र E 2.6 (a)

चित्र E 2.6 तार के व्यासों d_1 तथा d_2 के दो लंबवत् आवर्धित दृश्य (a) तथा (b)। d_2 को तार को दक्षिणावर्त दिशा में 90° का घूर्णन देने के पश्चात् प्राप्त किया गया है।

चित्र E 2.6 (b)

में तार का व्यास नोट कीजिए [चित्र E 2.6(b)]।

- रैखिक स्केल तथा वृत्तीय स्केल के पाठ्यांक लीजिए।
- इन दोनों पाठ्यांकों द्वारा तार का व्यास प्राप्त कीजिए।
- हो सकता है कि तार की अनुप्रस्थ काट पूर्णतः वृत्तीय न हो। अतः [चित्र E 2.6] में दर्शाए अनुसार एक दूसरे के लंबवत् दो व्यासों को मापना आवश्यक होता है। एक ही अनुप्रस्थ काट की स्थिति पर तार को 90° का घूर्णन देकर इस स्थिति में तार का व्यास नोट कीजिए [चित्र E 2.6(b)]।
- यह भी संभव है कि तार वास्तविक रूप से बेलनाकार न हो। अतः यह आवश्यक है कि तार के विभिन्न स्थानों पर उसके व्यास मापे जाएँ और फिर उसका योगात्मक माध्य प्राप्त किया जाए। इसके लिए तार की कम-से-कम तीन अन्य स्थितियों पर व्यास मापने के लिए (3) और (6) चरणों को दोहराइए।
- प्रेक्षित व्यासों का माध्य ज्ञात कीजिए।
- यदि कोई शून्यांक त्रुटिपूर्ण है, तो प्रेक्षित व्यास को संशोधित कीजिए।

प्रेक्षण तथा परिकलन

रैखिक स्केल के लघुत्तम भाग की लंबाई = ...mm

पेंच को x घूर्ण देने पर इसके द्वारा चली दूरी, $y = \dots$ mm

पेंच का चूड़ी अंतराल $= \frac{y}{x} = \dots$ mm

वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या $n = \dots$

अल्पतमांक $= \frac{\text{चूड़ी अंतराल}}{n} = \dots$ mm

शून्यांक त्रुटि चिह्न सहित (भाग की संख्या $\times$ अल्पतमांक) = ...mm

सारणी E 2.1—तार के व्यास का मापन

क्रम संख्या	एक दिशा के अनुदिश पाठ्यांक (d_1)			लंबवत दिशा के अनुदिश पाठ्यांक (d_2)			प्रेक्षित व्यास $d = \frac{d_1 + d_2}{2}$
	रैखिक स्केल पाठ्यांक $M(\text{mm})$	वृत्तीय स्केल पाठ्यांक (n)	व्यास $d_1 = M + n \times \text{L.C.}$ (mm)	रैखिक स्केल पाठ्यांक $M(\text{mm})$	वृत्तीय स्केल पाठ्यांक (n)	व्यास $d_2 = M + n \times \text{L.C.}$ (mm)	(mm)
1.							
2.							
3.							
4.							

माध्य व्यास = ...mm

माध्य संशोधित व्यास = प्रेक्षित व्यास - (शून्यांक त्रुटि चिह्न सहित) = ...mm

परिणाम

स्कूगेज से मापने पर दिए गए तार का व्यास = ...mm

सावधानियाँ

1. स्कूगेज की रैचेट व्यवस्था का उपयोग तार पर अनावश्यक दाब से बचाव के लिए किया जाना चाहिए क्योंकि ऐसा न करने से तार का व्यास परिवर्तित हो सकता है।
2. पेंच को एक ही दिशा में घूर्णन दिया जाना चाहिए वरन पेंच में चाल उत्पन्न हो जाएगी।
3. पेंच को स्वतंत्रतापूर्वक बिना घर्षण के गति करना चाहिए।
4. तार की लंबाई के अनुदिश व्यास की माप कम-से-कम चार विभिन्न बिंदुओं पर करनी चाहिए।
5. पेरेलैक्स की त्रुटि से बचाव के लिए प्रत्येक पाठ्यांक के समय आँख स्केल के लंबवत होनी चाहिए।

त्रुटियों के स्रोत

1. हो सकता है कि तार एकसमान अनुप्रस्थ काट का न हो।
2. पिच्छट के कारण त्रुटि को कम तो किया जा सकता है परंतु पूर्णतः विलुप्त नहीं किया जा सकता।

पिच्छट त्रुटि

अच्छी गुणता वाले उपकरणों (स्कूगेज अथवा स्फेरोमीटर) में पेंच की चूड़ियाँ तथा डिबरी (जिसमें पेंच गति करता है) एक दूसरे के साथ दृढ़तापूर्वक लगी होती हैं। तथापि बार-बार उपयोग किए जाने के कारण पेंच तथा डिबरी दोनों ही घिस सकते हैं। इसके कारण दो चूड़ियों के बीच एक अंतराल बन जाता है। इस अंतराल को 'चाल' कहते हैं। चूड़ियों में चाल के फलस्वरूप एक त्रुटि उत्पन्न हो जाती है जिसे पिच्छट त्रुटि कहते हैं। ऐसे उपकरण जिनमें पिच्छट त्रुटि होती है, उनमें पेंच बिना घूर्णन दिए ही कुछ रैखिक दूरी फिसल जाता है। इससे बचाव के लिए यह सुझाव दिया जाता है कि पाठ्यांक लेते समय पेंच को एक ही दिशा में चलाया जाना चाहिए।

- यह भी संभव है कि रैखिक स्केल तथा वृत्तीय स्केल के अंशांक बराबर दूरियों पर न हों।

परिचर्चा

- यह आकलन करने का प्रयास कीजिए कि व्यास का जो मान आपने प्राप्त किया है वह वास्तविक है अथवा नहीं। इसमें 10 या 100 के गुणक की त्रुटि हो सकती है। आप किसी तार के व्यास का अत्यधिक रूक्ष आकलन उस तार को सामान्य मीटर स्केल पर रखकर कर सकते हैं।
- उपयोग के साथ-साथ स्कूगेज में पिच्छट त्रुटि क्यों उत्पन्न होती जाती है?

स्व-मूल्यांकन

- क्या लघु अल्पतमांक का स्कूगेज सदैव ही अच्छा होता है? यदि आपको दो स्कूगेज दिए गए हैं जिनमें एक के वृत्तीय स्केल पर 100 भाग हैं तथा दूसरे पर 200 भाग हैं तो इनमें से आप किसे अधिक पसंद करेंगे और क्यों?
- क्या ऐसी स्थिति हो सकती है जिसमें पेंच द्वारा चली गई रैखिक दूरी उसे दिए गए घूर्णन के अनुक्रमानुपाती न हो?
- क्या यह संभव है कि वृत्तीय स्केल का शून्य मुख्य स्केल की शून्य रेखा के ऊपर होने पर भी धनात्मक शून्यांक त्रुटि हो।
- लघु लंबाइयों की माप के लिए हम वर्नियर कैलीपर्स की तुलना में स्कूगेज को क्यों अधिक पसंद करते हैं।

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

- बोतल के ढक्कनों का चूड़ी अंतराल ज्ञात करने की कोई विधि सोचिए।
- सामान्य पेंच तथा स्कूगेज के पेंच के चूड़ी अंतरालों की तुलना कीजिए। ये किस प्रकार एक दूसरे से भिन्न हैं?
- विभिन्न पर्णवृत्तों (पत्ती को थामने वाला तना) के व्यास मापिए और यह जाँच कीजिए कि इसमें तथा पत्ती के द्रव्यमान तथा पृष्ठ क्षेत्रफल में कोई संबंध है। स्कूगेज से इसका व्यास मापने के लिए इसे सूखने दीजिए।

- विभिन्न ब्रांडों के स्टेनलेस स्टील के गिलासों की मोटाई मापिए और इसका इनके मूल्यों से संबंध स्थापित कीजिए।
- विभिन्न हुकों के पेंच वाले सिरे का चूड़ी अंतराल मापिए और यह जाँच कीजिए कि इसमें तथा हुक द्वारा अपेक्षित थामे जा सकने वाले भार में क्या कोई संबंध है?
- बाजार में उपलब्ध विभिन्न काँच की चूड़ियों की मोटाई मापिए। क्या इन्हें किसी मानक मापदंड के अनुसार बनाया जाता है?
- विभिन्न गेज संख्या के तार बाजार से एकत्र कीजिए। इनका व्यास मापिए तथा गेज संख्या तथा व्यास में संबंध स्थापित कीजिए। प्रत्येक गेज संख्या के तार के उपयोग पता कीजिए।

(b) दी गई शीट की मोटाई का मापन

कार्यविधि

- दी गई शीट को स्कूगेज के पेंच तथा स्टड के बीच लगाइए तथा इसकी मोटाई पाँच विभिन्न स्थानों पर मापिए।
- माध्य मोटाई ज्ञात कीजिए तथा शून्यांक त्रुटि के संशोधन का अनुप्रयोग करके यथार्थ मोटाई परिकलित कीजिए।

प्रेक्षण तथा परिकलन

किसी शीट की मोटाई का मापन

स्कूगेज का अल्पतमांक = ...mm

स्कूगेज की शून्यांक त्रुटि = ...mm

सारणी E 2.2—किसी शीट की मोटाई का मापन

क्रम संख्या	रैखिक स्केल का पाठ्यांक M (mm)	वृत्तीय स्केल का पाठ्यांक n (mm)	मोटाई $t = M + n \times LC$ (mm)
1			
2			
3			
4			
5			

दी गई शीट की माध्य मोटाई = ...mm

दी गई शीट की माध्य संशोधित मोटाई = प्रेक्षित माध्य मोटाई - (शून्यांक त्रुटि चिह्न सहित)
= ...mm

परिणाम

दी गई शीट की मोटाई = ... m

त्रुटियों के स्रोत

1. हो सकता है कि तार एक समान अनुप्रस्थ काट का न हो।
2. पिच्छट के कारण त्रुटि को कम तो किया जा सकता है परंतु पूर्णतः विलुप्त नहीं किया जा सकता।

परिचर्चा

1. यह आकलन कीजिए कि आपके द्वारा मापी गई शीट की मोटाई का मान मान्य है अथवा नहीं। आप शीट की कोई गड्ढी जैसे 20 शीट की गड्ढी लेकर उसकी मोटाई मीटर स्केल द्वारा माप सकते हैं और फिर एक शीट की मोटाई परिकलित कर सकते हैं।
2. किसी कार्डबोर्ड शीट की मोटाई निर्धारित करने में स्कूगेज की क्या सीमाएँ हैं?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. बाजार में उपलब्ध काष्ठ के विभिन्न प्रकार के प्लाई बोर्डों की मोटाई तथा उनका मूल्य ज्ञात कीजिए। यह सत्यापित कीजिए कि क्या प्रत्येक बोर्ड निर्माता द्वारा बताए गए मापदंडों के अनुसार है।
2. विभिन्न निर्माताओं द्वारा निर्मित स्टील-शीट से बनी स्टील अलमारियों की शीट की मोटाई मापिए और इनके मूल्यों की तुलना कीजिए। किसी स्टील अलमारी को खरीदते समय उसके द्रव्यमान अथवा उसे बनाने में उपयोग होने वाली स्टील-शीट के गेज में कौन-सा विकल्प अधिक अच्छा है?
3. कागज की 144 शीटों को पैक करने के लिए किसी कार्डबोर्ड-बॉक्स की अभिकल्पना कीजिए तथा उसकी विमाएँ लिखिए।
4. अपनी प्रायोगिक पुस्तिका के 30 पृष्ठों को स्कूगेज के पेंच व स्टड के बीच कसकर इसकी मोटाई मापिए और एक शीट की मोटाई ज्ञात कीजिए।
5. ज्यामिति-बॉक्स की धातु की शीट / प्लास्टिक स्केल की मोटाई ज्ञात कीजिए।

(C) दिए गए अनियमित पटल के आयतन का मापन

कार्यविधि

1. दी गई पटल की मोटाई प्रयोग E 2(b) अनुसार मापिए।
2. अनियमित पटल को mm ग्राफ़ पर रखिए। नुकीली पेंसिल द्वारा इसकी बहिर्रेखा खींचिए। इस आकृति के भीतर पूर्ण वर्गों तथा आधे से अधिक वर्गों की कुल संख्या गिनिए और पटल का क्षेत्रफल पता लगाइए।

3. पटल का आयतन ज्ञात करने के लिए सूत्र- पटल का आयतन = माध्य मोटाई $\times$ पटल का क्षेत्रफल का उपयोग कीजिए।

प्रेक्षण तथा परिकलन

प्रयोग E 2(b) की ही भाँति सारणी का प्रथम अनुभाग यहाँ पर पटल के किनारों के अनुदिश पाँच स्थानों पर मोटाई के पाठ्यांकों के लिए है। माध्य मोटाई परिकलित कीजिए और यदि शून्यांक त्रुटिपूर्ण है तो संशोधित मान प्राप्त कीजिए।

ग्राफ पेपर पर खींची गई बहिर्रेखा से:-

वर्गों की कुल संख्या =

पटल का कुल क्षेत्रफल = ...mm² = ...cm²

पटल का आयतन = ... mm³ = ...cm³

परिणाम

दिए गए अनियमित पटल का आयतन = ...cm³

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. कार्डबोर्ड का घनत्व ज्ञात कीजिए।
2. किसी पौधे से जुड़ी पत्ती (नीम ब्रायोफाइट) का आयतन ज्ञात कीजिए।
3. बेलनाकार पेंसिल का आयतन ज्ञात कीजिए।

उद्देश्य

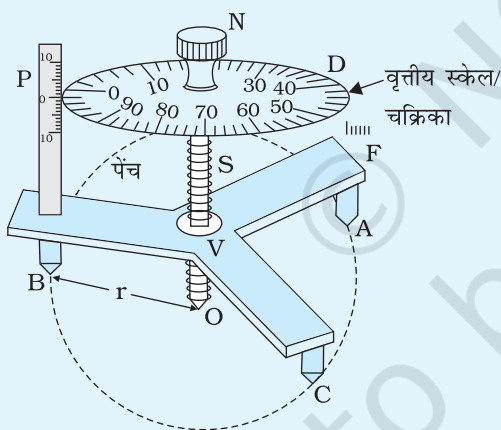
स्फेरोमीटर द्वारा दिए गए गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात करना।

उपकरण तथा सामग्री

स्फेरोमीटर, कोई गोलीय पृष्ठ जैसे वाँच ग्लास, उत्तल दर्पण, समतल काँच की प्लेट-साइज लगभग $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ ।

उपकरण का विवरण

स्फेरोमीटर में एक त्रिभुजाकार फ्रेम F होता है जो तीन समान लंबाई के पादों A , B व C पर टिका होता है (चित्र E3.1)। इन पादों की निचली नोंक किसी समबाहु त्रिभुज ABC के तीन कोने बनाती है जो ज्ञात त्रिज्या r के आधार वृत्त की परिधि पर होते हैं। स्फेरोमीटर में एक केंद्रीय पाद OS होता है। (जो यथार्थतापूर्वक काटा गया पेंच होता है) जिसे चूड़ीदार छिद्र (डिबरी) V से होते हुए ऊपर उठाया अथवा नीचे किया जा सकता है तथा यह डिबरी फ्रेम F के केंद्र से जुड़ी होती है। केंद्रीय पेंच की नोंक को जब एक समतल (जो पादों की तीन नोंक A , B व C द्वारा बनता है) पर नीचे ले जाया जाता है तो यह त्रिभुज ABC के केंद्र को स्पर्श करता है। केंद्रीय पेंच के शीर्ष पर एक वृत्तीय चक्रिका D लगी होती है जिस पर एक वृत्तीय स्केल होता है जिसमें 100 अथवा 200 बराबर भाग होते हैं। फ्रेम के एक सिरे पर केंद्रीय पेंच के समांतर एक ऊर्ध्वाधर स्केल P जड़ी होती है जिस पर पूर्ण अथवा अर्ध मिलीमीटर में अंशांकन होते हैं। इस स्केल को मुख्य स्केल कहते हैं। यह स्केल P चक्रिका D की परिधि के अत्यधिक निकट होता है परंतु यह चक्रिका को स्पर्श नहीं करता है। यह स्केल उस ऊर्ध्वाधर दूरी का पाठ्यांक लेता है जो दूरी केंद्रीय पाद छिद्र V में होकर चलता है। इस स्केल को पिच स्केल कहते हैं।



चित्र E 3.1 स्फेरोमीटर

पद तथा परिभाषाएँ

चूड़ी अंतराल- यह वह ऊर्ध्वाधर दूरी है जो केंद्रीय पेंच वृत्तीय चक्रिका स्केल को एक पूर्ण घूर्णन देने पर चलता है।

विद्यालयों की प्रयोगशालाओं में उपयोग किए जाने वाले सामान्य स्फेरोमीटरों में पिच स्केल पर मिलीमीटरों में अंशांकन होते हैं तथा वृत्तीय चक्रिका स्केल पर 100 बराबर भाग होते हैं।

वृत्तीय स्केल को एक पूर्ण घूर्णन देने पर केंद्रीय पेंच 1 mm आगे अथवा पीछे गमन करता है। इस प्रकार केंद्रीय पेंच का चूड़ी अंतराल 1 mm होता है।

अल्पतमांक– किसी स्फेरोमीटर का अल्पतमांक वह दूरी है जो स्फेरोमीटर का पेंच वृत्तीय स्केल को एक भाग का घूर्णन देने पर चलता है, अर्थात्

$$\text{स्फेरोमीटर का अल्पतमांक} = \frac{\text{स्फेरोमीटर पेंच का चूड़ी अंतराल}}{\text{वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या}}$$

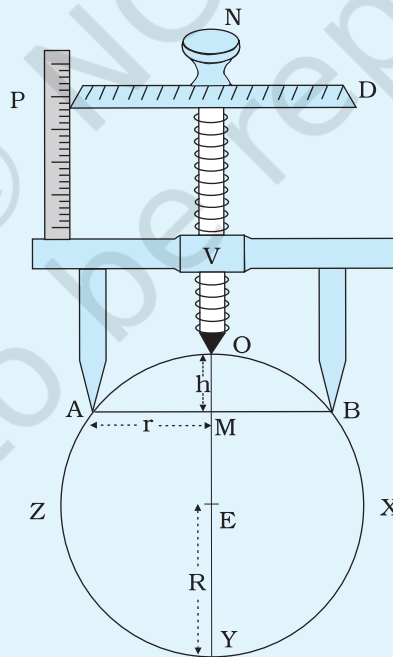
सामान्य उपयोग के स्फेरोमीटरों का अल्पतमांक 0.01 mm होता है। तथापि, कुछ स्फेरोमीटर ऐसे भी होते हैं जिनका अल्पतमांक 0.005 mm अथवा 0.001 mm तक छोटा होता है।

सिद्धांत

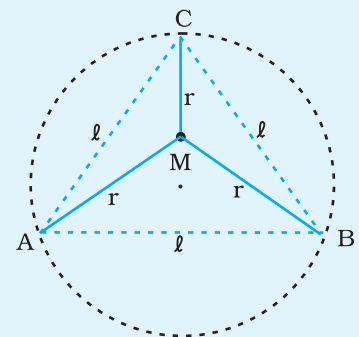
गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र

मान लीजिए वृत्त AOBXZY (चित्र E 3.2) त्रिज्या R के किसी गोले जिसका केंद्र E है, के खड़े परिच्छेद को निरूपित करता है (दिया गया गोलीय पृष्ठ इस गोले का भाग है)। लंबाई OZ के इस परिच्छेद गोले का व्यास ($=2R$) है, जो जीवा AB का समद्विभाजन करता है। बिंदु A तथा B दिए गए गोलीय पृष्ठ पर स्फेरोमीटर के दो पादों की स्थितियाँ हैं। स्फेरोमीटर का तीसरा पाद चित्र E 3.2 में दिखायी नहीं दे रहा है। बिंदु O केंद्रीय पेंच की नोक की स्थिति को दर्शाता है।

चित्र E 3.3 में स्फेरोमीटर के तीन पादों की नोक द्वारा निर्मित समबाहु त्रिभुज ABC दिखाया गया है। इस चित्र में यह स्पष्ट दिखाई देता है कि बिंदु M रेखा AB का मध्य बिंदु नहीं है। परंतु यह स्फेरोमीटर के तीन पादों की निचली नोकों द्वारा निर्मित समबाहु त्रिभुज का केंद्र तथा आधार वृत्त का केंद्र है (चित्र E 3.1)।



चित्र E 3.2 किसी गोलीय पृष्ठ के वक्रता अर्धव्यास का मापन



चित्र E 3.3 किसी स्फेरोमीटर का आधार वृत्त

चित्र E 3.2 में दूरी OM केंद्रीय पेंच की तल ABC से उस स्थिति में ऊँचाई है जब केंद्रीय पेंच की नोक गोलीय पृष्ठ को मात्र स्पर्श करती है। इस दूरी OM को सैजिटा भी कहते हैं। मान लीजिए यह h है। यह ज्ञात है कि जब दो जीवा जैसे AB तथा OZ, किसी बिंदु M पर प्रतिच्छेदन करती है तो जीवाओं के दो भागों द्वारा निर्मित आयतों के क्षेत्रफल समान होते हैं। तब

$$AM \cdot MB = OM \cdot MZ$$

$$(AM)^2 = OM (OZ - OM) \text{ क्योंकि } AM = MB$$

मान लीजिए $EZ (=OZ/2) = R$, जो कि दिए गए, गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या है तथा $AM = r$, जो कि स्फेरोमीटर के आधार वृत्त की त्रिज्या है।

$$r^2 = h (2R - h)$$

$$\text{इस प्रकार } R = \frac{r^2}{2h} + \frac{h}{2}$$

मान लीजिए स्फेरोमीटर के दो पादों के बीच की दूरी अथवा समबाहु त्रिभुज ABC (चित्र E 3.3) की भुजा की लंबाई l है, तब ज्यामिती से

$r = \frac{l}{\sqrt{3}}$, इस दिए गए गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या R को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है।

$$R = \frac{l^2}{6h} + \frac{h}{2}$$

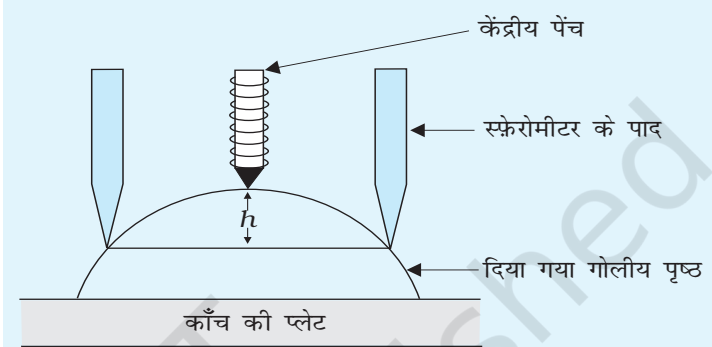
कार्यविधि

1. दिए गए स्फेरोमीटर के पिच स्केल पर एक भाग (अंश) का मान नोट कीजिए।
2. वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या का प्रेक्षण कीजिए।
3. स्फेरोमीटर का चूड़ी अंतराल तथा अल्पतमांक (L.C.) ज्ञात कीजिए। स्फेरोमीटर को दी गई समतल काँच की प्लेट पर इस प्रकार रखिए कि इसके तीनों पाद उस पर टिके हों।
4. अब स्फेरोमीटर को कागज की शीट (अथवा प्रायोगिक नोट बुक के किसी पृष्ठ) पर रखकर इसे थोड़ा दबाइए ताकि स्फेरोमीटर के तीनों पादों की नोक के चिह्न कागज की शीट पर मिल जाएँ। इन तीनों चिह्नों में जोड़कर समबाहु त्रिभुज ABC बनाइए तथा ΔABC की तीनों भुजाओं को मापिए। स्फेरोमीटर के दो पादों के बीच की माध्य दूरी l परिकलित कीजिए। दिए गए गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या R ज्ञात करने के उपयोग होने वाले सूत्र में (सूत्र देखिए) पद l^2 उपयोग होता है। अतः लंबाई l की माप अत्यंत सावधानीपूर्वक करनी चाहिए।
5. दिए गए गोलीय पृष्ठ को समतल काँच की प्लेट पर रखकर स्फेरोमीटर को रखिए। इसके

लिए फिर स्फ़ेरोमीटर के पेंच को काफी ऊँचा उठाकर अथवा नीचे ले जाकर गोलीय पृष्ठ पर इस प्रकार रखिए कि इसके तीनों पाद गोलीय पृष्ठ पर टिक सकें (चित्र E 3.4)।

6. स्फ़ेरोमीटर के केंद्रीय पेंच को धीरे-धीरे घूर्णन देकर गोलीय पृष्ठ से स्पर्श कराइए। यह सुनिश्चित करने के लिए पेंच की नोक गोलीय पृष्ठ को स्पर्श कर रही है अथवा नहीं इस पृष्ठ के नीचे परावर्तन द्वारा बने प्रतिबिंब का प्रेक्षण कर सकते हैं।

7. पिच स्केल का पाठ्यांक लेकर स्फ़ेरोमीटर का पाठ्यांक h_1 लीजिए। वृत्तीय स्केल के उस भाग का पाठ्यांक लीजिए जो पिच स्केल की रेखा में है। इस पाठ्यांक को सारणी E 3.1 में नोट कीजिए।



चित्र E 3.4 सैजिता h का मापन

8. गोलीय पृष्ठ को हटाइए तथा स्फ़ेरोमीटर को समतल काँच की प्लेट पर रखिए। इसके केंद्रीय पेंच को धीरे-धीरे घूर्णन देकर इसकी नोक को समतल पृष्ठ से स्पर्श कराइए। स्फ़ेरोमीटर का पाठ्यांक h_2 लेकर इसे सारणी E 3.1 में नोट कीजिए। h_1 तथा h_2 के अंतर से हमें सैजिता (h) का मान प्राप्त होता है।
9. गोलीय पृष्ठ को घूर्णन देकर तथा इसके केंद्र से बिना छेड़छाड़ किए कम-से-कम तीन बार (5) से (8) तक के चरणों को दोहराइए। h का माध्य मान ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण

A. पेंच का चूड़ी अंतराल

- (i) ऊर्ध्वाधर पिच स्केल के एक लघुतम भाग का मान = ...mm
- (ii) वृत्तीय चक्रिका को p पूर्ण घूर्णन देन पर पेंच द्वारा चली दूरी q = ...mm
- (iii) पेंच का चूड़ी अंतराल (q/p) = ...mm

B. स्फ़ेरोमीटर का अल्पतमांक (L.C.)

- (i) वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या (N) = ...
- (ii) स्फ़ेरोमीटर का अल्पतमांक (L.C.) = $\frac{\text{स्फ़ेरोमीटर पेंच का चूड़ी अंतराल}}{\text{वृत्तीय स्केल पर भागों की संख्या}}$

$$\text{L.C.} = \frac{\text{पेंच का चूड़ी अंतराल}}{N} = \dots \text{cm}$$

C. लंबाई l ज्ञात करना (समबाहु त्रिभुज ABC से)

(i) दूरी AB = ...cm (ii) दूरी BC = ...cm (iii) दूरी CA = ...cm

$$\text{माध्य } l = \frac{AB + BC + CA}{3} \text{ ...cm}$$

सारणी E 3.1- सैजिटा का मापन

क्रम संख्या	स्फेरोमीटर पाठ्यांक								$h = (h_1 - h_2)$
	गोलीय पृष्ठ के साथ				क्षैतिज समतल पृष्ठ पर				
	पिच स्केल पाठ्यांक x (cm)	पिच स्केल के संपाती वृत्तीय स्केल का भाग y	वृत्तीय स्केल पाठ्यांक $z = y \times LC$ (cm)	गोलीय पृष्ठ के साथ स्फेरोमीटर पाठ्यांक $h_1 = x + z$ (cm)	पिच स्केल पाठ्यांक x' (cm)	पिच स्केल के संपाती वृत्तीय स्केल का भाग y'	वृत्तीय स्केल पाठ्यांक $z' = y' \times LC$ (cm)	काँच की प्लेट के साथ स्फेरोमीटर पाठ्यांक $h_2 = x' + z'$ (cm)	

माध्य $h = \dots \text{cm}$

परिकलन

A. l तथा h के मानों का उपयोग करके निम्नलिखित सूत्र द्वारा वक्रता त्रिज्या R परिकलित कीजिए।

$$R = \frac{l^2}{6h} + \frac{h}{2};$$

यदि पृष्ठों की वक्रता त्रिज्या अत्यधिक हो तो पद $h/2$ की उपेक्षा की जा सकती है।
[इस स्थिति में $(l^2/6h)$ में त्रुटि $h/2$ कोटि की होगी।]

परिणाम

दिए गए गोलीय पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या $R = \dots \text{cm}$

सावधानियाँ

- (1) पेंच में घर्षण हो सकता है।
- (2) स्फेरोमीटर में पिच्छट त्रुटि हो सकती है।

त्रुटियों के स्रोत

1. वृत्तीय स्केल के स्तर के तदनुरूपी पिच स्केल का पाठ्यांक लेते समय पैरेलैक्स त्रुटि होना।
2. स्फेरोमीटर में पिच्छट त्रुटि होना।
3. वृत्तीय स्केल के अंशांकन में (भागों में) एक समानता न होना।
4. स्फेरोमीटर को सेट करते केंद्रीय पेंच की नॉक क्षैतिज समतल पृष्ठ / गोलीय पृष्ठ को स्पर्श कर भी सकती है और नहीं भी कर सकती।

परिचर्चा

क्या दी गई वस्तु जैसे अवतल दर्पण अथवा उत्तल दर्पण की केवल एक ही वक्रता त्रिज्या होती है?

[संकेत- क्या सामग्री की मोटाई के कारण कोई अंतर हो सकता है?]

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. स्फेरोमीटर द्वारा उत्तल/अवतल गोलीय दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात करना।
2. (a) स्फेरोमीटर द्वारा धातु/काँच की लघु साइज की तनु शीट की मोटाई ज्ञात करना।
(b) किसी कार्ड शीट की मोटाई के मापन के लिए स्कूगेज अथवा स्फेरोमीटर में से कौन-सा उपकरण अधिक यथार्थ होगा?

उद्देश्य

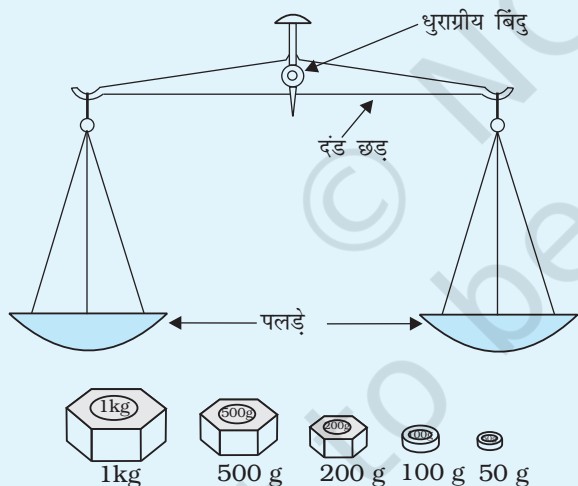
दंड तुला द्वारा दो विभिन्न वस्तुओं का द्रव्यमान ज्ञात करना।

उपकरण तथा सामग्री

भौतिक तुला, बाट पेटी जिसमें मिलीग्राम के द्रव्यमानों का सेट तथा चिमटी हो, स्पिरिट लेवल तथा दो वस्तुएँ जिनका द्रव्यमान ज्ञात करना है।

भौतिक तुला का विवरण

तुला एक ऐसा उपकरण है जो किसी वस्तु का भार (अथवा गुरुत्वीय द्रव्यमान) उसके मानक भारों (अथवा मानक गुरुत्वीय द्रव्यमानों) से तुलना करके ज्ञात करता है।



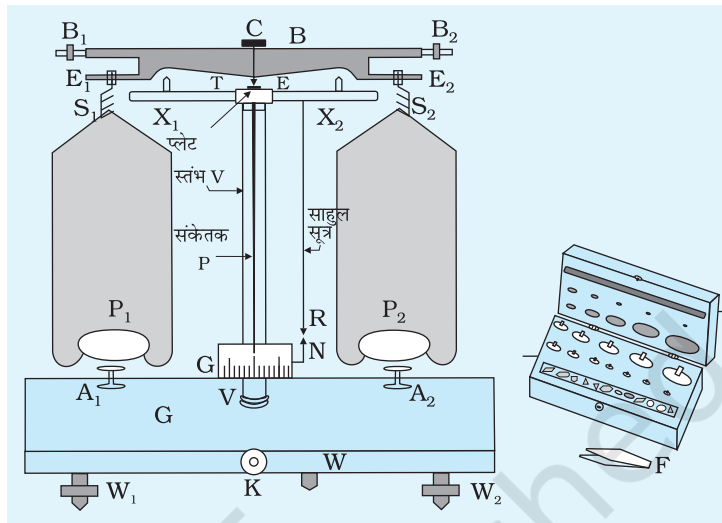
चित्र E 4.1 कोई दंड तुला तथा बाट

अति सामान्य उपयोग के दो पलड़ों वाली दंड तुला **उत्तोलक** का एक अनुप्रयोग है। इसमें एक दृढ़ एकसमान छड़ (दंड), छड़ के प्रत्येक सिरे से लटके दो पलड़े, तथा छड़ के केंद्र पर एक धुराग्रीय बिंदु होता है (चित्र E 4.1)। इस धुराग्रीय बिंदु पर एक टेक (जिसे आलंब कहते हैं) छड़ के समकोण पर जड़ी होती है। यह दंड तुला आघूर्णों के नियम पर कार्य करती है।

उच्च परिशुद्धता की मापों के लिए प्रायः प्रयोगशालाओं में भौतिक तुला (चित्र E 4.2) का उपयोग किया जाता है। सामान्य दंड तुला की ही भाँति भौतिक तुला में दृढ़ दंड B के प्रत्येक सिरे पर P_1 तथा P_2 पलड़ों का एक युगल होता है। पलड़े P_1 तथा P_2 को क्रमशः S_1 तथा S_2 रकाबों जो क्रमशः उत्क्रमित क्षुरधारों E_1 तथा E_2 पर टिकी होती है, द्वारा निलंबित किया जाता है। इन क्षुरधारों को तुला

दंड B के सिरे पर सममित रूप में जड़ा जाता है। इस तुला दंड में एक कठोर पदार्थ जैसे एगेट (गोमेद) से निर्मित क्षुरधार (E) उसके नुकीले सिरे को नीचे की ओर रखते हुए तुला दंड के केंद्र पर जड़ी होती है। यह तुला दंड इस क्षुरधार पर एक ऊर्ध्वाधर स्तंभ V से जड़ा होता है, जो लकड़ी के आधार बोर्ड (W) पर टिका रहता है। इस आधार बोर्ड में तीन क्षैतिजकारी पेंच W_1 , W_2 तथा W_3 लगे होते हैं। अधिकांश तुलाओं में पेंच W_1 तथा W_2 समाजन योग्य ऊँचाई के होते हैं और इनके द्वारा आधार बोर्ड को क्षैतिज बनाया जाता है। तीसरा

पेंच W_3 , जो चित्र E 4.2 में दिखायी नहीं दे रहा है, समायोज्य ऊँचाई का नहीं होता और यह आधार बोर्ड W में पीछे मध्य में जड़ा होता है। जब तुला का उपयोग किया जाता है तो क्षुरधार E स्तंभ V के शीर्ष पर जड़ी समतल क्षैतिज प्लेट T पर टिकी होती है। इस प्रकार केंद्रीय क्षुरधार E तुला दंड B के लिए धुराग्र अथवा आलंब के रूप में कार्य करती है। जब तुला कार्य नहीं कर रही होती तो इसका तुला दंड टेक X_1 तथा X_2 पर टिका रहता है। टेक X_1 तथा X_2 केंद्रीय स्तंभ V से जुड़ी अन्य क्षैतिज छड़ से जुड़ी होती हैं। साथ ही पलड़े तथा P_1 तथा P_2 लकड़ी के आधार बोर्ड से जुड़ी क्रमशः A_1 तथा A_2 टेकों पर टिके रहते हैं। कुछ तुलाओं में टेक A_1 तथा A_2 जड़ी नहीं होती जिनमें जब तुला का उपयोग नहीं हो रहा होता पलड़े आधार बोर्ड W पर टिके रहते हैं।



चित्र E 4.2 कोई भौतिक तुला तथा बाट

तुलादंड B के केंद्र पर एक संकेतक भी समकोण पर जड़ा होता है। आधार बोर्ड W से भी बाहर से एक घुंड़ी K जुड़ी होती है जो क्षैतिज छड़ द्वारा ऊर्ध्वाधर स्तंभ V से जुड़ी होती है। इस घुंड़ी की सहायता से ऊर्ध्वाधर स्तंभ V तथा टेक A_1 तथा A_2 को साथ-साथ ऊपर उठाया अथवा नीचे किया जा सकता है। इस प्रकार घुंड़ी K की खुली (ON) स्थिति में तुला दंड B भी ऊपर उठ जाता है तथा तब यह केवल क्षुरधार E द्वारा निलंबित रहकर मुक्त रूप से दोलन करता है। तुला दंड के साथ पलड़े P_1 तथा P_2 भी ऊपर-नीचे झूलने लगते हैं। तुला दंड की इस दोलनी गति का प्रेक्षण स्तंभ V के आधार पर लगे स्केल (G) के सापेक्ष संकेतक P की गति द्वारा किया जा सकता है। जब घुंड़ी को घुमाकर पुनः बंद (OFF) की स्थिति पर वापस लाते हैं तो क्षुरधार E तथा प्लेट T में थोड़ा पृथकन रखते हुए तुला दंड X_1 तथा X_2 टेकों पर टिकता है, तथा पलड़े P_1 तथा P_2 क्रमशः A_1 तथा A_2 टेकों पर टिक जाते हैं। घुंड़ी K की बंद (OFF) की स्थिति में समस्त तुला अवरुद्ध कही जाती है। तुला को इस प्रकार अवरुद्ध करने की व्यवस्था से क्षुरधार अवांछनीय घिसाव तथा टूट-फूट, जो पलड़ों से द्रव्यमानों (अज्ञात तथा मानक) को स्थानांतरित करते समय होती है, से बच जाते हैं।

घुंड़ी K को धीरे-धीरे घुमाकर इसे इसकी 'खुली' स्थिति में लाने पर, यदि इसके दोनों पलड़ों पर कोई द्रव्यमान नहीं रखे हैं तो संकेतक P की दोलन गति स्केल G के समकोण G के शून्य अंश के दोनों ओर समान होनी चाहिए तथा दोलन करने के पश्चात संकेतक शून्य अंश पर रुकना चाहिए। यह तुला दंड B की क्षैतिज स्थिति तथा संकेतक P की ऊर्ध्वाधर स्थिति को निरूपित करता है। तथापि, यदि दोलन शून्य अंश के दोनों ओर समान नहीं हो तो तुला दंड के दोनों सिरों पर लगे संतोलक B_1 तथा B_2 पेंचों को समायोजित किया जाता है। आधार बोर्ड W को क्षैतिज किया जाता है ताकि स्तंभ V ऊर्ध्वाधर हो जाए। इस व्यवस्था की जाँच

साहुल सूत्र (R) की सहायता से की जाती है जो स्तंभ V के पार्श्व में निलंबित होता है। यह समस्त उपकरण काँच की एक पेटी में रखे होते हैं जिसमें दो द्वार होते हैं।

भौतिक तुला द्वारा किसी वस्तु का गुरुत्वीय द्रव्यमान ज्ञात करने के लिए इसकी तुलना किसी मानक द्रव्यमान से की जाती है। हर भौतिक तुला के साथ एक लकड़ी का बॉक्स, जिसे बाट-पेटी कहते हैं, उपयोग में लाया जाता है। इस बाट-पेटी में मानक द्रव्यमान (100g, 50g, 20g, 20g, 10g, 5g, 2g, 2g, तथा 1g) चिमटी सहित रखे होते हैं। ये मानक द्रव्यमान चित्र E 4.2 में दिखाए अनुसार वृत्तीय खाँचों में व्यवस्थित रहते हैं। बाट-पेटी में मिलीग्रामों के बाटों का सेट (500mg, 200mg, 200mg, 100mg, 50mg, 20mg, 20mg, 10mg, 5mg, 5mg, 2mg, तथा 1g) पृथक् रूप से रखा होता है। भौतिक तुला की रचना 250g तक की हल्की वस्तुओं के द्रव्यमानों को मापने के लिए की जाती है।

सिद्धांत

भौतिक तुला का कार्य आघूर्णों के सिद्धांत पर आधारित है। किसी तुला में समान लंबाई की दो भुजाएँ तथा समान द्रव्यमान के दो पलड़े होते हैं। जब पलड़े खाली होते हैं तो नीचे की घुंडी घुमाने पर तुला दंड क्षैतिज रहता है। जब तोले जाने वाली वस्तु को बाएँ पलड़े पर रखते हैं तो तुला दंड वामावर्त दिशा में घूम जाता है। दायें पलड़े में उचित एवं ज्ञात मानक द्रव्यमान रखकर तुला का संतुलन बनाया जा सकता है। चूँकि बल भुजाएँ समान है तो दोनों पलड़ों पर भार (अर्थात बल) भी समान होने चाहिए।

भौतिक तुला बलों की तुलना करती है। ये बल भौतिक तुला के दोनों पलड़ों पर रखी वस्तुओं के भार (द्रव्यमान $\times$ गुरुत्वीय त्वरण) होते हैं। चूँकि भार द्रव्यमानों के अनुक्रमानुपाती होते हैं, यदि उन्हें एक ही स्थान पर मापा जाए, अतः भौतिक तुला का उपयोग गुरुत्वीय द्रव्यमानों की तुलना करने के लिए किया जाता है। इस प्रकार यदि किसी वस्तु O जिसका गुरुत्वीय द्रव्यमान m है भौतिक तुला के एक पलड़े पर रखी है तथा कोई मानक द्रव्यमान O' जिसका ज्ञात गुरुत्वीय द्रव्यमान m_s तुला दंड को क्षैतिज बनाने के लिए दूसरे पलड़े पर रखा जाता है, तब

एक पलड़े पर रखी O वस्तु का भार = दूसरे पलड़े पर रखी O' वस्तु का भार

$$\text{अथवा } mg = m_s g$$

यहाँ g गुरुत्वीय त्वरण है जो एक स्थिरांक है। इस प्रकार,

$$m = m_s$$

अर्थात एक पलड़े पर रखी वस्तु O का द्रव्यमान = दूसरे पलड़े पर रखा मानक द्रव्यमान

कार्यविधि

1. दी गई भौतिक तुला की जाँच करिए तथा इसके सभी भागों को पहचानिए। यह जाँच कीजिए कि इसका प्रत्येक भाग उचित स्थान पर है।
2. यह भी जाँच कीजिए कि बाट-पेटी में ग्राम तथा मिलीग्राम के सभी बाट हैं।
3. यह सुनिश्चित कीजिए कि तुला के पलड़े शुष्क और स्वच्छ हों।
4. घुंडी K की सहायता से तुला दंड की अवरुद्ध प्रक्रिया का परीक्षण कीजिए।
5. क्षैतिजकारी W_1 तथा W_2 पेंचों की सहायता से भौतिक तुला के लकड़ी आधार बोर्ड W को क्षैतिज बनाइए। समतल होने की स्थिति में साहुल सूत्र R की निचली नोक आधार से जड़ी सुई बिंदु N के ठीक ऊपर होगी। इस कार्य के लिए स्पिरिट लेवल का उपयोग कीजिए।
6. भौतिक तुला को ढकने वाली काँच की पेटी की खिड़कियों को बंद कर दीजिए और घुंडी K द्वारा तुला दंड B को धीरे-धीरे ऊपर उठाइए।
7. लघु स्केल G, जो कि ऊर्ध्वाधर स्तंभ के निचले भाग से जड़ी है, के सापेक्ष संकेतक P की दोलन गति का प्रेक्षण कीजिए। यदि, संकेतक दोलन गति आरंभ नहीं करता तो किसी एक पलड़े को हल्का-सा झटका दीजिए। पैरैलैक्स से बचाव के लिए अपनी आँख को स्केल के लंबवत रखिए। **चेतावनी** - संकेतक को स्पर्श मत कीजिए।
8. संकेतक की P स्थिति को देखिए। यह जाँच कीजिए कि, यह या तो केंद्रीय शून्य अंश पर रुक जाता है अथवा स्केल G के केंद्रीय शून्य अंश के दोनों ओर बराबर गति करता है। यदि ऐसा नहीं है तो तुला दंड के दोनों सिरों पर लगे संतोलक B_1 तथा B_2 पेंचों को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि संकेतक P केंद्रीय शून्य अंश के समान दोलन करे अथवा केंद्रीय शून्य अंश पर रुके। **चेतावनी** - संतोलक पेंचों को समायोजित करने से पूर्व तुला को अवरुद्ध कर दीजिए।
9. तुला की काँच पेटी की खिड़की खोलिए। तोली जाने वाली M द्रव्यमान की वस्तु को बाएँ पलड़े पर रखिए तथा किसी उपयुक्त मानक द्रव्यमान (जैसे M_1 , जो वस्तु के रूक्ष आकलित द्रव्यमान से कुछ अधिक हो सकता है) को दाएँ पलड़े पर तुला की अवरुद्ध (अथवा विराम) की स्थिति में रखिए [यह वह स्थिति है जिसमें तुला दंड B को नीचे लाकर X_1 तथा X_2 पर विराम में रखा जाता है]। मानक बाटों को बाट-पेटी से उठाते समय तथा उन्हें पलड़े पर रखते समय सदैव चिमटी का उपयोग कीजिए।

तोली जाने वाली वस्तु को बाएँ पलड़े पर तथा मानक द्रव्यमानों को दाएँ पलड़े पर रखने का चयन यादृच्छिक है तथा मानक बाटों को उतारने-चढ़ाने में आसानी के कारण इसे चुना गया है। बाएँ हाथ से कार्य करने वाला व्यक्ति वस्तु को दाएँ पलड़े पर तथा मानक बाटों को बाएँ पलड़े पर रखने में अधिक सुविधा का अनुभव कर सकता है। आपको यह परामर्श दिया जाता है कि बाट-पेटी को आधार बोर्ड W के उस सिर के निकट रखिए जिस पर मानक द्रव्यमान रखे जाने वाला पलड़ा है।

10. घुंड़ी K द्वारा धीरे-से तुला दंड को ऊपर उठाइए (अब तुला दंड की क्षुरधार E ऊर्ध्वाधर स्तंभ V के शीर्ष पर जड़ी प्लेट T पर टिकेगी) और संकेतक P की स्केल पर गति का प्रेक्षण कीजिए। यह एक दिशा में रुक सकता है अथवा स्केल G के केंद्रीय शून्य अंश के सापेक्ष किसी एक दिशा में अधिक दोलन कर सकता है।

नोट- प्रेक्षण लेते समय पलड़े झूलने नहीं चाहिए। पलड़ों का झूलना तुला की अवरुद्ध स्थिति में, पलड़े को स्पर्श करके सावधानीपूर्वक रोका जा सकता है।

11. यह जाँच कीजिए कि $M_1 > M$ है या $M_1 < M$ है। इसके लिए, तुला दंड को पूरी तरह ऊपर उठाना होता है।
12. भौतिक तुला को अवरुद्ध कीजिए। चिमटी का उपयोग करके दाएँ पलड़े पर रखे मानक द्रव्यमानों को अन्य द्रव्यमानों (जैसे M_2) से प्रतिस्थापित कीजिए। यदि M_1, M से अधिक है तो यह M_1 से हल्का होना चाहिए और यदि M_1 से M कम है तो यह से कुछ भारी होना चाहिए।
13. तुला दंड को ऊपर उठाइए और संकेतक P का प्रेक्षण कीजिए तथा यह जाँच कीजिए कि दाएँ पलड़े पर रखे मानक द्रव्यमान अब भी द्रव्यमान M से भारी (अथवा हल्के) हैं जिसके कारण संकेतक एक ओर अधिक दोलन कर रहा है। यदि ऐसा है तो चरण 12 को विभिन्न मानक द्रव्यमानों द्वारा संकेतक के स्केल G पर दोनों ओर बराबर दोलन करने तक दोहराते रहिए। दाएँ पलड़े पर रखे मानक द्रव्यमानों को वस्तु के द्रव्यमान से थोड़ा कम रखिए। ऐसा करने पर वस्तु के द्रव्यमान M के मापन में 1g तक की परिशुद्धता मिलेगी। तुला दंड B को नीचे कीजिए।
14. अत्यधिक परिष्कृत मापन के लिए दाएँ पलड़े पर अवरोही क्रम में अतिरिक्त मिलीग्राम के द्रव्यमानों को रखिए और ऐसा संकेतक P के स्केल G पर दोनों ओर लगभग समान दोलन करने तक करते रहिए [मिलीग्राम के आंशिक द्रव्यमानों को चिमटी से उनके उभरे किनारों को पकड़कर उठाइए]। संतुलन की स्थिति में (अर्थात्, जब दोनों पलड़ों पर रखे द्रव्यमान बराबर हों) संकेतक केंद्रीय शून्य अंश पर स्थिर हो जाएगा। वायु प्रवाह के प्रभाव से बचाव के लिए काँच पेटी की खिड़की बंद कर दीजिए।

नोट- तुला दंड B को कभी भी पूरा नहीं उठाना चाहिए जब तक उस पर मिलीग्राम के द्रव्यमान चढ़ाए अथवा उतारे जा रहे हों। तुला दंड को बहुत धीरे-से तथा अल्प अंतराल के लिए उठाकर संकेतक की स्थिति का अवलोकन किया जा सकता है।

15. भौतिक तुला को अवरुद्ध कीजिए तथा एक-एक करके दाएँ पलड़े से द्रव्यमानों को निकालते जाइए और अपनी नोट बुक में लिखते रहिए। इन्हें बाट-पेटी में इनके निर्धारित स्थानों पर प्रतिस्थापित कीजिए। तोली जाने वाली वस्तु को भी बाएँ पलड़े से हटा लीजिए।
16. प्रत्येक वस्तु के लिए कार्यविधि के 9 से 15 चरणों तक के प्रेक्षण दो बार और दोहराइए।
17. चरण 9 से 15 को दूसरी दी गई वस्तु के लिए दोहराकर उसका द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

प्रेक्षण

सारणी E 4.1 - पहली वस्तु का द्रव्यमान

क्रम संख्या	मानक द्रव्यमान		वस्तु का द्रव्यमान ($x + y$)
	ग्राम के बाट, x	मिलीग्राम के बाट, y	
	(g)	(mg)	(g)
1			
2			
3			

वस्तु का माध्य द्रव्यमान =g

सारणी E 4.2 - दूसरी वस्तु का द्रव्यमान

क्रम संख्या	मानक द्रव्यमान		वस्तु का द्रव्यमान ($x + y$)
	ग्राम के बाट, x	मिलीग्राम के बाट, y	
	(g)	(mg)	(g)
1			
2			
3			

दूसरी वस्तु का माध्य द्रव्यमान = ...g

परिणाम

दी गई पहली वस्तु का द्रव्यमान ...g तथा दूसरी वस्तु का द्रव्यमान ...g है।

सावधानियाँ

1. भौतिक तुला द्वारा मापे गए द्रव्यमान की परिशुद्धता त्रुटियों को कम-से-कम करने पर निर्भर करती हैं। ये त्रुटियाँ क्षुरधार E तथा T के बीच घर्षण के कारण उत्पन्न हो सकती हैं। घर्षण को पूर्णतः समाप्त नहीं किया जा सकता। तथापि यह कम-से-कम किया जा सकता है, यदि क्षुरधार तेज तथा प्लेट चिकनी हो। भौतिक तुला के अन्य भागों के घर्षण को भी तुला के सभी भागों को शुष्क एवं स्वच्छ रखकर कम-से-कम किया जा सकता है।
2. तुला के पलड़े पर बाट सदैव ही परिमाण के अवरोही क्रम में रखे जाने चाहिए। बाटों को पलड़े के मध्य में रखना चाहिए।
3. भौतिक तुला पर उसकी धारिता से अधिक द्रव्यमान नहीं रखे जाने चाहिए। प्रायः भौतिक तुलाओं की रचना 250 g तक के द्रव्यमानों की माप के लिए की जाती है।
4. भौतिक तुला से गरम अथवा ठंडी वस्तुओं को नहीं तोलना चाहिए। इसी प्रकार, सक्रिय पदार्थ जैसे रसायन, द्रव तथा पाउडर (चूर्ण) पलड़े पर सीधे ही नहीं रखने चाहिए।

तुटियों के स्रोत

1. भौतिक तुला के विभिन्न भागों के बीच घर्षण के कारण सदैव ही कुछ तुटि होती है।
2. भौतिक तुला की परिशुद्धता 1mg है। यह संभावित यंत्रिय अशुद्धि की सीमा है।

परिचर्चा

प्रायोगिक मान तथा दिए गए मान में विचलन बहुत से कारकों के कारण हो सकता है:

1. द्रव्यमानों को पलड़े पर रखने/उठाने के लिए उपयोग की जाने वाली चिमटी पर धूल के कण चिपके हो सकते हैं जो इसके साथ मानक द्रव्यमानों में स्थानांतरित हो सकते हैं।
2. प्रायः भौतिक तुला को उपयोग करने से तुरंत पूर्व तुला दंड को संतुलित करने/भौतिक तुला को संतुलित करने के लिए क्षैतिजकारी पेंचों तथा संतोलक पेंचों को उपयोग न करने की प्रवृत्ति देखी जाती है।

स्व-मूल्यांकन

1. यथार्थ मापन के लिए काँच की पेटी की खिड़कियों को बंद करना क्यों आवश्यक है?
2. दो भौतिक तुलाएँ हैं- पहली जिसकी भुजाएँ समान हैं तथा दूसरी जिसकी भुजाएँ असमान हैं। किसे वरीयता दी जानी चाहिए? असमान भुजा वाली भौतिक तुला का उपयोग करते समय आपको किन अतिरिक्त चरणों की आवश्यकता होगी?
3. किसी बाट-पेटी से उपयोग किया जाने वाला निम्नतम द्रव्यमान 10 g है। संभावित यंत्रिय अशुद्धि क्या होगी?
4. किसी द्रव्यमान (जैसे स्टील का गुटका) को पलड़े पर रखने के बजाय उसी हुक से, जिससे पलड़ा लटका है, लटका दिया गया है। क्या मापे गए द्रव्यमान का मान यथार्थ होगा अथवा नहीं?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. किसी अरंघी गुटके के पदार्थ का घनत्व ज्ञात करना तथा आर्किमिडीज के सिद्धांत का सत्यापन।

संकेत- पहले छोटे गुटके (जैसे स्टील का गुटका) को हुक से लटकाकर इसका वायु में द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। इसके पश्चात लटके हुए गुटके को जल से आधे भरे अंशांकित सिलिंडर में रखकर गुटके का जल में द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। क्या यह उतना ही होगा, अधिक होगा अथवा कम होगा? स्टील के गुटके का आयतन निकालिए। गुटके के पदार्थ का घनत्व प्राप्त कीजिए। स्टील के गुटके के वायु तथा जल में मापे गए द्रव्यमानों से आर्किमिडीज के सिद्धांत का सत्यापन कीजिए।

उद्देश्य

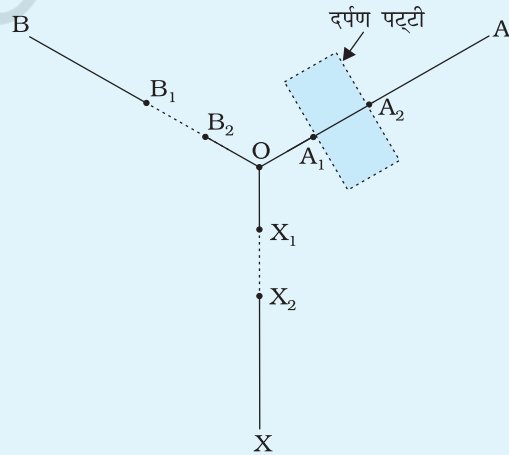
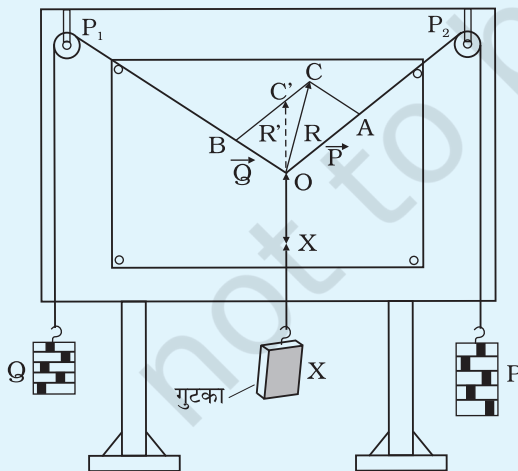
सदिश योग के समांतर चतुर्भुज नियम का उपयोग करके दी गई वस्तु (लकड़ी का गुटका) का भार मापना।

उपकरण तथा सामग्री

दी गई वस्तु हुक सहित, सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम का उपकरण (ग्रैवसैंड-उपकरण), पक्का धागा, खाँचेदार भार (दो सेट), सफेद कागज़, पतली दर्पण पट्टिका, नुकीली पेंसिल।

उपकरण का विवरण

ग्रैवसैंड-उपकरण— चित्र E 5.1 (a) में दर्शाए अनुसार इस उपकरण में लकड़ी के दो स्तंभों पर लकड़ी का एक बोर्ड ऊर्ध्वाधर जड़ा होता है। बोर्ड के ऊपरी किनारे के निकट दो सिरों पर दो घिरनियाँ P_1 तथा P_2 लगी होती हैं। एक पक्का धागा जिसके सिरों पर खाँचेदार भारों को जोड़ने के लिए हैंगर बंधे होते हैं, घिरनियों के ऊपर से गुज़ारा जाता है ताकि P तथा Q में भारों को जोड़कर दो बल लगाए जा सकें। धागे के मध्य O हैंगरों में दी गई वस्तु, जिसका भार ज्ञात करना होता है, को लटकाकर तीसरा बल X लगाया जाता है।



चित्र E 5.1 (a) ग्रैवसैंड-उपकरण

चित्र E 5.1 (b) बलों की दिशा अंकित करना

सिद्धांत

इस उपकरण का कार्य सदिश योग के समांतर चतुर्भुज नियम पर आधारित है। इस सिद्धांत के अनुसार, “जब किसी बिंदु पर एक ही क्षण दो बल कार्य करते हैं और इन्हें परिमाण एवं दिशा में किसी समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं द्वारा निरूपित किया जाता है, तब इन बलों का परिणामी बल परिमाण एवं दिशा दोनों में समांतर चतुर्भुज के उस विकर्ण द्वारा निरूपित किया जा सकता है जो इन दोनों बलों के अनुप्रयुक्त बिंदु से गुजरता है।”

मान लीजिए P तथा Q दो बलों के परिमाण हैं तथा इनके बीच का कोण θ है, तब P तथा Q का परिणामी बल R निम्नलिखित सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है।

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta}$$

यदि दो ज्ञात बल P तथा Q तथा दी गई वस्तु के भार के कारण तीसरा अज्ञात बल किसी बिंदु O पर एक ही बिंदु पर इस प्रकार कार्य करते हैं [चित्र E 5(a)] कि वे साम्यावस्था में हों तो अज्ञात बल इन दो ज्ञात बलों के परिणामी के बराबर होता है। इस प्रकार दी गई वस्तु का भार ज्ञात किया जा सकता है।

कार्यविधि

1. साहुल सूत्र की सहायता से ग्रैवसैंड उपकरण के बोर्ड को ऊर्ध्वाधर स्थिति में व्यवस्थित कीजिए। यह सुनिश्चित कीजिए कि घिरनियाँ मुक्त रूप से घूर्णन करती हों। ड्राइंग पिनों की सहायता से बोर्ड पर एक सफेद कागज जड़िए।
2. पक्के धागे का एक काफी लंबा टुकड़ा लीजिए तथा इसके सिरों से दो हैंगर बाँधिए। इस धागे के मध्य में बिंदु O पर एक अन्य धागा लेकर गाँठ (संधि बिन्दु) बाँधिए और इसके मुक्त सिरों से दी गई अज्ञात भार की वस्तु बाँधिए। चित्र E 5(a) में दिखाए अनुसार इन धागों को घिरनियों पर व्यवस्थित कीजिए और हैंगरों में खाँचेदार भार भी जोड़िए।
3. हैंगरों में खाँचेदार भार इस प्रकार जोड़िए कि धागों का संधि बिंदु सफेद कागज के निचले मध्य भाग में साम्यावस्था में आ जाए। यह ध्यान रहे कि कोई भी भार अथवा धागा, बोर्ड अथवा मेज को कहीं भी स्पर्श न करे।
4. तीन धागों की गाँठ को ‘कोई घर्षण नहीं’ की स्थिति में लाइए। इसके लिए, इसकी गाँठ को इसकी ‘कोई घर्षण नहीं’ की स्थिति से काफी दूर किसी बिंदु पर ले जाइए। यहाँ ले जाकर छोड़ने पर यह ‘कोई घर्षण नहीं’ की स्थिति की ओर गमन करेगा क्योंकि यह साम्यावस्था में नहीं है। जब यह गमन कर रहा हो तो बोर्ड को धीरे-धीरे थपथपाइए। वह स्थिति, जिसमें अब गाँठ विराम की स्थिति में आ जाती है, ही “कोई घर्षण नहीं” की स्थिति है। इस स्थिति को बिंदु द्वारा अंकित कीजिए। इस क्रियाविधि को कई बार दोहराइए। हर बार विभिन्न दिशाओं से गाँठ को “कोई घर्षण नहीं” की स्थिति में आने दीजिए और इस स्थिति को अंकित करते रहिए। अपने विवेक से जो बिंदु पास-पास हों उनका केंद्र ज्ञात कर उसे O के रूप में चिह्नित कीजिए।
5. किसी धागे के अनुदिश लगने वाले बल की दिशा अंकित करने के लिए कागज पर धागे के नीचे समतल दर्पण की पट्टिका रखिए। अपनी आँख की स्थिति को इस प्रकार समायोजित कीजिए कि धागे तथा उसके प्रतिबिंब के बीच कोई पैरलैक्स न रहे। दर्पण के किनारे पर दो बिंदु A_1 तथा A_2 वहाँ अंकित कीजिए जहाँ पर धागे का प्रतिबिंब दर्पण से अलग होता है [चित्र E 5.1(b)]।

- इसी प्रकार दो अन्य बलों की दिशाएँ बिन्दुओं B_1 व B_2 तथा X_1 व X_2 द्वारा क्रमशः धारों OB व OX के अनुदिश अंकित कीजिए।
- हैंगरों को हटा कर प्रत्येक हैंगर तथा उस पर लटके खाँचेदार बाटों के भारों को नोट कीजिए।
 - बोर्ड को कागज सहित मेज पर क्षैतिज रखिए। कागज पर अंकित बिन्दुओं के तीन युग्मों को सरल रेखा खींचकर इस प्रकार मिलाइए कि ये तीनों रेखाएँ बिंदु O पर मिलें। ये तीनों सरल रेखाएँ तीनों बलों की दिशाएँ निरूपित करती हैं।
 - कोई उचित स्केल चुनकर (जैसे $50\text{N} = 1\text{ cm}$) बिन्दु O पर लगने वाले दो बलों P व Q को निरूपित करने के लिए क्रमशः लम्बाइयाँ OA तथा OB खींचिए। OA तथा OB को संलग्न भुजाएं मानकर समांतर चतुर्भुज OACB पूरा कीजिए। यह सुनिश्चित कीजिए कि स्केल का चयन इस प्रकार हो कि समांतर चतुर्भुज कागज का अधिकतम क्षेत्र घेरे।
 - O व C को मिलाइए। OC की लंबाई दी गई वस्तु के भार की माप के तुल्य होगी। यह जाँच कीजिए कि OC सरल रेखा XO के अनुदिश है अथवा नहीं। यदि ऐसा नहीं है, तो रेखा OC को BC के किसी बिंदु C' पर मिलाइए और कोण COC' को मापिए।
 - भारों के दो अन्य सेटों के लिए 1 से 9 तक के चरणों को दोहराइए तथा दी गई वस्तु के अज्ञात भार के मानों का माध्य परिकलित कीजिए।

प्रेक्षण

प्रत्येक हैंगर का भार = ...N

स्केल 1 cm = ...N

सारणी E 5- दी गई वस्तु का भार मापन

क्रम संख्या	बल P = हैंगर का भार + खाँचेदार बाट	बल Q = हैंगर का भार + खाँचेदार बाट	लम्बाई OC = L	अज्ञात भार X = L × s	कोण COC'
	P N OA (cm)	Q N OB (cm)	(cm)	(N)	
1					
2					
3					

परिणाम

दी गई वस्तु का भार = ...N

सावधानियाँ

1. उपकरण की रचना के अनुसार ग्रैवसैंड-उपकरण का बोर्ड उस मेज के लंबवत होता है जिस पर वह रखा जाता है। साहुल सूत्र द्वारा यह जाँच कीजिए यह ऊर्ध्वाधर है अथवा नहीं। यदि यह ऊर्ध्वाधर न हो तो मेज के किसी उपयुक्त पाद के नीचे गते/कार्ड बोर्ड की पट्टियाँ रखकर मेज के ऊपरी भाग को क्षैतिज बनाइए।
2. यह ध्यान रखिए कि घिरनियाँ घूमने के लिए स्वतंत्र हों अर्थात् घिरनी तथा घुरी के बीच बहुत कम घर्षण होना चाहिए।

त्रुटियों के स्रोत

1. हो सकता है कि स्नेहन करने के पश्चात भी घिरनियों में घर्षण हो।
2. हो सकता है कि खाँचेदार बाट परिशुद्ध न हों।
3. बिंदुओं को अंकित करने में भी कुछ अशुद्धि आ सकती है।

परिचर्चा

1. ग्रैवसैंड-उपकरण का उपयोग बलों के लिए सदिश योग के समांतर चतुर्भुज नियम के साथ-साथ सदिश योग के त्रिभुज नियम को भी सत्यापित करने के लिए किया जाता है। ऐसा अज्ञात भार को मानक भार द्वारा प्रतिस्थापित करके समान कार्यविधि को अपनाकर किया जा सकता है।
2. तीन धागों की संधि के लिए 'कोई घर्षण नहीं' के बिंदु की स्थिति ज्ञात करने की उपरोक्त विधि प्रायोगिक दृष्टि से काफी अच्छी है। यदि किसी विकल्प द्वारा आप इसकी जाँच करना चाहें तो इस संधि को सबसे बाएँ, सबसे दाएँ, सबसे ऊपर एवं सबसे नीचे जहाँ यह रुक सके तथा घर्षण अधिकतम हो ले जाइए। इन चारों स्थितियों का केंद्र "कोई घर्षण नहीं" बिंदु है।
3. 'कोई घर्षण नहीं' बिंदु को परिशुद्धता से ज्ञात न करने का क्या प्रभाव है? भारों के कारण तीन बलों के अतिरिक्त एक चौथा बल घर्षण के कारण भी होता है। ये चारों बल साम्यावस्था में होते हैं। इस प्रकार हो सकता है कि P तथा Q का परिणामी ऊर्ध्वाधर उपरमुखी, अर्थात्, X की दिशा के ठीक विपरीत दिशा में न हो।
4. यह सुझाव दिया जाता है कि P तथा Q के मानों की जाँच कमानीदार तुला द्वारा की जानी चाहिए क्योंकि खाँचेदार बाटों में उनके अंकित मानों में काफी त्रुटि हो सकती है। कमानीदार तुला द्वारा X के परिमाण की भी जाँच कीजिए।

स्व-मूल्यांकन

1. सदिश योग का समांतर चतुर्भुज नियम लिखिए।
2. आपको दो बल दिए गए हैं, इन बलों के परिणामी बल का
 - (a) अधिकतम परिमाण क्या होगा?
 - (b) निम्नतम परिमाण क्या होगा?

3. किस परिस्थिति में यह समांतर चतुर्भुज सम चतुर्भुज बन सकता है?
4. यदि तीनों बल परिमाण में समान हो तो यह समांतर चतुर्भुज किस रूप में परिवर्तित हो जाएगा?
5. जब गाँठ साम्यवस्था की स्थिति में होती है तो क्या उस समय घिरनियों पर कोई बल कार्य करता है?

सुझाए गए अतिरिक्त प्रयोग/क्रियाकलाप

1. अज्ञात भार की वस्तु तथा दोनों में से किसी एक बल की स्थितियों में परिवर्तन करके उसी वस्तु का अज्ञात भार ज्ञात कीजिए।
2. दोनों बलों को समान रखकर परंतु अज्ञात भार को परिवर्तित करके दोनों बलों के बीच के कोण में परिवर्तन का अध्ययन कीजिए।
3. सदिश योग के समांतर चतुर्भुज नियम का उपयोग करके दिए गए सिलिंडर के पदार्थ का घनत्व ज्ञात करने की उपयुक्त विधि सुझाइए।
4. निम्नलिखित स्थितियों में सदिशों के समांतर चतुर्भुज नियम को कार्यान्वित कीजिए।
(a) गुलेल (b) धनुष एवं बाण (c) हैंड-ग्लाइडिंग (d) पतंग (e) साइकिल के पैडल मारना