Total Pages : 8

KN-21

B.A. (Part-I) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

(Calculus)

[Paper : Second]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : Solve **any two** parts from each question. All questions carry **equal** marks.

प्रत्येक प्रश्न के **किन्हीं दो** भागों को हल कीजिए। **सभी** प्रश्नों के अंक **समान** हैं।

Unit - I / इकाई - I [5x2=10]

1. (a) By using $\in -\delta$ method, prove that :

$$\lim_{x\to 0} \; x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$$

$\in -\delta$ विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x\to 0} \; x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$$

(b) If $y = e^{ax} \sin bx$, then prove that :

$$y_2 - 2ay_1 + \left(a^2 + b^2\right) y = 0$$

यदि $y = e^{ax} \sin bx$, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$y_2 - 2ay_1 + \left(a^2 + b^2\right) y = 0$$

(c) Use Maclaurin's theorem, prove that :

$$\log_e \sec x = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{45}x^6 + ...$$

मैक्लारिन प्रमेय से सिद्ध कीजिए :

$$\log_e \sec x = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{45}x^6 + ...$$

Unit - II / इकाई - II [5x2=10]

2. (a) Find the asymptotes of the parabola $y^2 = 4ax$.

परवलय $y^2 = 4ax$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

(b) Find the point of inflexion on the curve $y = (\log x)^3$.

वक्र $y = (\log x)^3$ पर नति-परिवर्तन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

(c) Trace the curve :

$$x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$$

वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$x^2 y^2 = a^2 (x^2 + y^2)$$

Unit - III / इकाई - III [5x2=10]

3. (a) Find the value of $\int_0^{\pi} \theta \sin^2 \theta \cos \theta \, d\theta$.

$\int_0^{\pi} \theta \sin^2 \theta \cos \theta \, d\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

(b) Prove that :

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} \, dx = \frac{2\pi a^5}{8}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2}\ dx = \frac{2\pi a^5}{8}$$

(c) Find the complete area of astroid :

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

एस्ट्राइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Unit - IV / इकाई - IV [5x2=10]

4. (a) Solve :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

हल कीजिए :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

(b) Solve :

$$y = 3x + a \log p$$

हल कीजिए :

$$y = 3x + a \log p$$

(c) Solve :

$$\left(D^3+3D^2+3D+1\right)y=x^2e^{-x}$$

हल कीजिए :

$$\left(D^3+3D^2+3D+1\right)y=x^2e^{-x}$$

Unit - V / इकाई - V [5x2=10]

5. (a) Solve :

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-\left(x^2+2x\right)\frac{dy}{dx}+\left(x+2\right)y=x^3e^x$$

हल कीजिए :

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-\left(x^2+2x\right)\frac{dy}{dx}+\left(x+2\right)y=x^3e^x$$

(b) Solve by method of variation of parameters :

$$\left(D^2-1\right)y=\frac{2}{1+e^x}$$

प्राचल-विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\left(D^2-1\right)y=\frac{2}{1+e^x}$$

(c) Solve :

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{z+x} = \frac{dz}{x+y}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{z+x} = \frac{dz}{x+y}$$

----x----