

मॉडल प्रश्न-पत्र-IV

कक्षा – बारहवीं

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

- निर्देश— 1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। इसमें चार खण्ड हैं। खण्ड (अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड (ब) में 10 प्रश्न रिक्त स्थानों की पूर्ति हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
 3. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।
 4. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।
 5. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।
 6. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है।
 7. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।
 8. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

प्रश्न 1. खण्ड (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए—

- (i) वृत्त की परिधि द्वारा केन्द्र पर बने कोण का मान होता है—
(अ) 45° (ब) 360°
(स) 180° (द) 90°
- (ii) यदि $A = \{8\}$ हो तो A दर्शाता है—
(अ) रिक्त समुच्चय (ब) एकल समुच्चय
(स) शून्य समुच्चय (द) इसमें से कोई नहीं
- (iii) $(1+x)^{n+1}$ के प्रसार में कुल पदों की संख्या होगी—
(अ) n (ब) $n+2$
(स) $n-2$ (द) $n-1$
- (iv) $i+i^5+i^9+i^{13}$ का मान होगा—
(अ) $2i$ (ब) $4i$
(स) $-4i$ (द) इसमें से कोई नहीं
- (v) रेखा $3x+4y=6$ द्वारा अक्षों पर काटा गया अंतःखंड का योग होगा—
(अ) $\frac{1}{9}$ (ब) $\frac{2}{7}$
(स) 7 (द) इनमें से कोई नहीं

(vi) दो पासों को एक साथ फेंकने पर योगफल 9 आने की प्रायिकता होगी—

(अ) $\frac{7}{2}$

(ब) $\frac{2}{9}$

(स) $\frac{5}{9}$

(द) $\frac{7}{9}$

(vii) यदि $f(x) = \frac{x}{1-x}$ है तो $f\left(\frac{1}{3}\right)$ का मान होगा—

(अ) $\frac{1}{2}$

(ब) $\frac{1}{3}$

(स) 2

(द) 3

(viii) $\sin(\cot^{-1} x)$ का मान होगा—

(अ) $\sqrt{1+x^2}$

(ब) $\frac{1}{1+x^2}$

(स) $\frac{1}{1-x^2}$

(द) $\sqrt{1-x^2}$

(ix) $\int \tan^2 x dx =$

(अ) $\tan x - x + c$

(ब) $\tan x + x + c$

(स) $\cot x + x + c$

(द) $\cot x - x + c$

(x) रेखा $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}$ के दिक् अनुपात होंगे—

(अ) 2, 3, 1

(ब) -2, -3, 1

(स) 1, -4, 3

(द) इनमें से कोई नहीं

खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

(i) $\sin 2A$ का मान होगा।

(ii) यदि गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद a तथा सर्वानुपात r है तो n वाँ पद का मान होगा।

(iii) $|-1|$ का मान है।

(iv) वृत्त $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$ का केन्द्र होगा।

(v) किसी निश्चित घटना की प्रायिकता होगी।

(vi) $\cot\left(\sin^{-1}\frac{1}{3} + \cos^{-1}\frac{1}{3}\right)$ का मान होगा।

(vii) यदि $y = \log(\sin x)$ हो तो $\frac{dy}{dx} =$ होगा।

(viii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ का मान होगा।

(ix) दो समवतल $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ तथा $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ के लम्बवत् होने का प्रतिबंध होगा।

(x) $i \cdot i + j \cdot j + k \cdot k$ का मान होगा।

प्रश्न 2. यदि $x - iy = 2i(1 - 3i)$ हो तो x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. असमिका $x + 2y \geq 5$ का आलेख खींचिए।

प्रश्न 4. यदि दो रेखाओं के बीच का कोण $\frac{\pi}{4}$ है तथा एक रेखा की प्रवणता $\frac{1}{2}$ है तो दूसरी रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो अक्षों से क्रमशः 3 और -4 इकाई के अंतःखण्ड काटती है।

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ है तो $A^2 - 2A$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ हो तो AA' का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. $\begin{vmatrix} 2+3i & 1 \\ 1 & 2-3i \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि $f(x) = 3x - 7$ तथा $g(x) = \frac{2}{x}$ हो तो $f \circ f$ तथा $g \circ g$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि—

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$$

प्रश्न 11. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 64}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. मूल बिन्दु से समतल $3x - 2y + 6z - 17 = 0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. निम्न कथन को “यदि तो” के रूप में लिखिए—

(1) p : एक त्रिभुज समबाहु है।

q : एक त्रिभुज समान कोणीय है।

(2) आपको नौकरी मिलने का तात्पर्य है आपका प्रत्यय पत्र अच्छा है।

प्रश्न 14. यदि फलन $f(x) = 2x + 5$ तथा $g(x) = x^2 - 1$ है तो $(f + g)x$ तथा $(fg)x$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(P \cup B) = \frac{1}{4}$ हो तो $P(A \cap B)$ तथा $P\left(\frac{A}{B}\right) + P\left(\frac{B}{A}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16. $\begin{vmatrix} 1/a & a^2 & bc \\ 1/b & b^2 & ca \\ 1/c & c^2 & ab \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17. सिद्ध कीजिए कि—

$$2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{2}} = \cos^{-1} x$$

प्रश्न 18. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 2i - j + k$ तथा $\vec{b} = 3i + 4j - k$ से निरूपित है।

प्रश्न 19. असमीकरण निकाय को ग्राफ द्वारा हल कीजिए—

$$2x + 5y \leq 16, 2x + y \leq 8, x \geq 0 \text{ तथा } y \geq 0$$

प्रश्न 20. समीकरण को हल कीजिए— (θ का व्यापक मान)

$$\sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 6\theta = 0$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$$

प्रश्न 21. यदि दो संख्याओं का समान्तर माध्य 34 का गुणोत्तर माध्य 16 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

अथवा

8 और 26 के बीच 5 समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(0, 0)$ तथा नियता का समीकरण $2x + y - 1 = 0$ है।

अथवा

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 2)$ से होकर जाती है तथा सरल रेखा $2x + 3y + 6 = 0$ के समान्तर है।

प्रश्न 23. K का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k}$ तथा $\frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4}$

परस्पर लम्बवत् है।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-1, 1, 1)$ तथा $(1, -1, 1)$ से होकर जाता है तथा समतल $x+2y+3z=5$ पर लम्ब है।

प्रश्न 24. निम्न सारणी से मानक विचलन तथा गुणांक ज्ञात कीजिए—

पद	8	10	12	14	16
आवृत्ति	5	7	8	11	9

अथवा

निम्न सारणी से, माध्यिका से माध्य-विचलन ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
आवृत्ति	8	20	24	32	9	7

प्रश्न 25. $\int x^2 \log x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $y = \log \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 26. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$ के प्रसार में x^8 का गुणांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{n}{r} + \frac{n}{r-1} = \frac{n+1}{r}$$

प्रश्न 27. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} 0 & ab^2 & ac^2 \\ a^2b & 0 & bc^2 \\ a^2c & cb^2 & 0 \end{vmatrix} = 2a^3b^3c^3$$