

मॉडल प्रश्न-पत्र-V

कक्षा – बारहवीं

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

निर्देश- 1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

2. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। इसमें चार खण्ड हैं। खण्ड (अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड (ब) में 10 प्रश्न रिक्त स्थानों की पूर्ति हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
3. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।
5. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।
6. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है।
7. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।
8. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

प्रश्न 1. खण्ड (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए—

(i) यदि $\cos A = \frac{1}{7}$ है तो $\sin A$ का मान होगा—

(अ) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$

(ब) $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

(स) $\frac{1}{7}$

(द) $\frac{5}{7}$

(ii) यदि $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$ हो तो $\cos A$ का मान होगा—

(अ) $\frac{1}{8}$

(ब) $\frac{3}{8}$

(स) $\frac{5}{8}$

(द) $\frac{7}{8}$

(iii) वर्ग समीकरण $6x^2 + 5x - 6 = 0$ का एक मूल होगा—

(अ) $\frac{2}{3}$

(ब) $\frac{3}{2}$

(स) $\frac{5}{3}$

(द) $\frac{3}{5}$

(iv) $10c_2 + 10c_3$ का मान होगा—

(अ) 165

(ब) 120

(स) 115

(द) इसमें से कोई नहीं

(v) दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 = 12$ की दीर्घ अक्ष की लम्बाई होगी—

(अ) 6

(ब) 8

(स) 12

(द) 4

(vi) आंकड़े $x, x+2, x+4, x+6$ तथा $x+8$ का माध्य 11 है तो x का मान होगा—

(अ) 5

(ब) 7

(स) 11

(द) 8

(vii) यदि $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ है तो $f(0)$ का मान होगा—

(अ) 0

(ब) 9

(स) 3

(द) इसमें से कोई नहीं

(viii) यदि $f(x) = \cos 2x$ है तो $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ का मान होगा—

(अ) $\frac{1}{2}$

(ब) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(स) 0

(द) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ix) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx =$

(अ) $\log(x) + c$

(ब) $\log f'(x) + c$

(स) $\frac{1}{f(x)} + c$

(द) $\frac{1}{f'(x)} + c$

(x) यदि समतल $Ax + By + Cz + D = 0$, x -अक्ष के समानांतर है तो समतल का समीकरण होगा—

(अ) $Ax + By + cz = 0$

(ब) $By + cz + D = 0$

(स) $Ax + cz + D = 0$

(द) $Ax + By + D = 0$

खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

(i) यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तथा $B = \{4, 5, 6, 7\}$ हो तो $B - A$ का मान होगा

(ii) n प्राकृत संख्याओं के घनों का योगफल होगा।

(iii) सम्मिश्र संख्या $z = i^3 + 1$ का संयुग्मी होगा।

(iv) दो रेखाएँ परस्पर समान्तर होंगी यदि उनकी प्रवणताएँ होती है।

- (v) यदि A तथा B दो घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं तो $P(A \cup B)$ का मान होगा।
- (vi) $3 \tan^{-1} x$ का मान होगा।
- (vii) फलन $f(x) = 3 \cos x + 4 \sin x$ का अधिकतम मान होगा।
- (viii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = \dots\dots\dots$ होगा।
- (ix) $i \times i + j \times j + k \times k = \dots\dots\dots$ होगा।
- (x) $i \times j + j \times k + k \times i = \dots\dots\dots$ होगा।

प्रश्न 2. सम्मिश्र संख्या $z = \frac{1+i}{1-i}$ को सरलतम रूप में हल कीजिए।

प्रश्न 3. असमिका $x + y \leq 5$ का आलेख खींचिए।

प्रश्न 4. रेखा $2x - 3y + 18 = 0$ द्वारा अक्षों पर काटे गये अंतःखंड ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. मूल बिन्दु $(0, 0)$ से सरल रेखा $3x + 7y + 14 = 0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ हो तो $(A + B)'$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ हो तो A^2 का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. $\begin{vmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि $f(x) = x^2 + 3$ और $g(x) = 2x^2 + 1$ हो तो $f \circ g(3)$ तथा $g \circ f(3)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. $\cos\left(\tan^{-1} \frac{3}{4}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + \sin 2x}{\sin 5x - \sin 3x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, -3, 2)$ से हाकर जाती है तथा जिसके दिक् अनुपात $(1, -2, 3)$ हैं।

प्रश्न 13. रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत हल कौन से चतुर्थांश में स्थित होता है।

प्रश्न 14. रिक्त समुच्चय, एकल समुच्चय तथा उपसमुच्चय किसे कहते हैं।

प्रश्न 15. यदि $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{4}{5}$ हो तो $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$ तथा $P(A\bar{B})$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16. $\begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17. समीकरण $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{2}$ को हल कीजिए।

प्रश्न 18. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3i + 2j - k$ तथा $\vec{b} = i + 3j + k$ से निरूपित है।

प्रश्न 19. असमीकरण निकाय को ग्राफ द्वारा हल कीजिए—

$$x + 2y \leq 10, 2x + y \leq 14, x \geq 0 \text{ तथा } y \geq 0$$

प्रश्न 20. समीकरण को हल कीजिए— (θ का व्यापक मान)

$$4\cos^2 \theta - 4\sin \theta = 1$$

अथवा

यदि $A = \frac{\pi}{3}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

प्रश्न 21. श्रेणी $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4^2}\right) + \left(\frac{3}{4^3} - \frac{5}{4^4}\right) + \left(\frac{3}{4^5} - \frac{5}{4^6}\right) + \dots \dots \dots \infty$ का योगफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $3k, k+2$ तथा 8 समान्तर श्रेणी के तीन क्रमागत पद हैं तो इसका चौथा पद ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(2, 3)$ तथा नियता का समीकरण $3x + 4y = 1$ है।

अथवा

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $x + y + 1 = 0$ तथा $2x - y + 7 = 0$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु से होकर जाती है तथा बिन्दु $(1, 2)$ से होकर जाती है।

प्रश्न 23. बिन्दु $(1, 2, 3)$ से रेखा $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$ की लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि दो समान्तर समतलों $2x - 2y + z + 3 = 0$ तथा $4x - 4y + 2z + 5 = 0$ के बीच की दूरी $\frac{1}{6}$ है।

प्रश्न 24. निम्न सारणी से मानक विचलन तथा गुणांक ज्ञात कीजिए—

पद	5	10	15	20	25
आवृत्ति	3	5	9	6	2

अथवा

निम्न सारणी से, माध्यिका ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
आवृत्ति	9	15	23	30	13	10

प्रश्न 25. यदि $y = \tan^{-1} x$ है तो सिद्ध कीजिए कि—

$$(1 + x^2) + 2xy_1 = 0$$

अथवा

अवकल समीकरण $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$ को हल कीजिए।

प्रश्न 26. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिए कि n के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए—

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

अथवा

यदि $n + 2 = \frac{6 \cdot n}{4} = \frac{3 \cdot n}{2}$ हो तो n का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

अथवा

प्रारंभिक संक्रियाओं का प्रयोग करके, आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ का A^{-1} ज्ञात कीजिए।

-----x-----