PUBDET-2019

Subject : MATHEMATICS

(Booklet Number)

Duration : **90** Minutes

Full Marks : **100**

INSTRUCTIONS

1. All questions are of objective type having four answer options for each. Only one option is correct. Correct answer will carry full marks 2. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.
2. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked A, B, C or D.
3. Use only **Black/Blue ball point pen** to mark the answer by complete filling up of the respective bubbles.
4. Mark the answers only in the space provided. Do not make any stray mark on the OMR.
5. Write question booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the **OMR**. Also fill appropriate bubbles.
6. Write your name (in block letter), name of the examination centre and put your full signature in appropriate boxes in the OMR.
7. The OMR is liable to become invalid if there is any mistake in filling the correct bubbles for question booklet number/roll number or if there is any discrepancy in the name/signature of the candidate, name of the examination centre. The OMR may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be sole responsibility of candidate.
8. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, pen, docu-pen, log table, wristwatch, any communication device like mobile phones etc. inside the examination hall. Any candidate found with such items will be **reported against** and his/her candidature will be summarily cancelled.
9. Rough work must be done on the question paper itself. Additional blank pages are given in the question paper for rough work.
10. Hand over the OMR to the invigilator before leaving the Examination Hall.
11. This paper contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is/are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.

MATHEMATICS

1. Let $Z_1 = 3 + 4i$ and Z_2 be a complex number such that $|Z_2| = 2$. Then the greatest and the least values of $|Z_1 - Z_2|$ are respectively

(A) 7 and 3 (B) 5 and 1 (C) 9 and 5 (D) $4+\sqrt{7}$ and $\sqrt{7}$

$Z_1 = 3 + 4i$ এবং Z_2 এমন একটি জটিল রাশি যে $|Z_2| = 2$ । সেক্ষেত্রে $|Z_1 - Z_2|$ -এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান হল যথাক্রমে

(A) 7 ও 3 (B) 5 ও 1 (C) 9 ও 5 (D) $4+\sqrt{7}$ ও $\sqrt{7}$

2. Let Z and Z_1 be two complex numbers, $\overline{Z}$ and $\overline{Z}_1$ are respectively their conjugates. If $Z + Z_1$ and ZZ_1 both are real, then

(A) either $Z, Z_1 \in R$ or $Z_1 = \overline{Z}$

(B) either Z and Z_1 are of form $p + iq$ and $r - iq$ respectively or ZZ_1 is a perfect square.

(C) Z and Z_1 are reciprocal of each other.

(D) must be $Z = Z_1$

মনে কর Z ও Z_1 দুটি জটিল রাশি যাদের অনুবন্ধী হল যথাক্রমে $\overline{Z}$ ও $\overline{Z}_1$ । যদি $Z + Z_1$ ও ZZ_1 উভয়েই বাস্তব হয়, সেক্ষেত্রে

(A) হয় $Z, Z_1 \in R$ অথবা $Z_1 = \overline{Z}$

(B) হয় Z এবং Z_1 যথাক্রমে $p + iq$ ও $r - iq$ আকারের হবে অথবা ZZ_1 একটি পূর্ণবর্গ হবে

(C) Z ও Z_1 একে অপরের অনোন্যক

(D) অবশ্যই $Z = Z_1$ হবে

3. Consider the equation $Z\overline{Z} + b\overline{Z} + \overline{b}Z + c = 0$ where $c \in R$. Then

(A) the equation represents a pair of lines in the Argand Plane.

(B) the equation represents an ellipse in the plane.

(C) the equation represents a circle for all b, c.

(D) the equation represents a circle provided $|b|^2 > c$

$Z\overline{Z} + b\overline{Z} + \overline{b}Z + c = 0$, $c \in R$ সমীকরণটি বিবেচনা কর। সেক্ষেত্রে

(A) সমীকরণটি আরগন্ড তলে সরলরেখা যুগল সূচিত করে

(B) সমীকরণটি ঐ তলে উপবৃত্ত সূচিত করে

(C) সমীকরণটি সকল b, c -এর জন্য বৃত্ত সূচিত করে

(D) $|b|^2 > c$ হলে সমীকরণটি বৃত্ত সূচিত করে

4. If $\log_{10} x = 10^{\log_{100} 4}$, then x equals

$\log_{10} x = 10^{\log_{100} 4}$ হলে x হবে

(A) 4^{10} (B) 100 (C) $\log_{10}4$ (D) $\log_{10}2$

5. Let A, B, C be non-empty sets and $f : A \to B$, $g : B \to C$ be two mappings. If $g \circ f$ is a bijection, then

(A) both f and g must be bijective.

(B) f must be injective and g must be bijective.

(C) f must be onto and g must be injective.

(D) f must be injective and g must be onto.

মনে কর A, B, C তিনটি অশূন্য সেট এবং $f : A \to B$, $g : B \to C$ দুটি চিত্রণ। যদি $g \circ f$ একৈক উপরিচিত্রণ হয়, তবে

(A) f ও g উভয়েই একৈক উপরিচিত্রণ হবে

(B) f অবশ্যই একৈক ও g একৈক উপরিচিত্রণ হবে

(C) f অবশ্যই উপরিচিত্রণ হবে ও g অবশ্যই একৈক হবে

(D) f অবশ্যই একৈক ও g অবশ্যই উপরিচিত্রণ হবে

6. $10^{n+1} + 10^n + 2$ when divided by 3, leaves remainder

$10^{n+1} + 10^n + 2$ কে 3 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হবে

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1

7. Suppose $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ be a 2×2 matrix over R with $a + d = 0$, $\det A = 2$, then A may be

(A) orthogonal (B) symmetric (C) skew symmetric (D) diagonal

মনে কর $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, R-এ একটি 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স এবং $a + d = 0$, $\det A = 2$। সেক্ষেত্রে A হতে পারে

(A) লম্ব ম্যাট্রিক্স (B) প্রতিসম (C) বিপ্রতিসম (D) কর্ণম্যাট্রিক্স

8. A relation ρ on $\mathbb{R}$ is defined as follows :

Given $x, y \in \mathbb{R}$, $x \rho y$ iff $x - y$ is a rational number. Then

(A) given $x \in \mathbb{R}$, there are only finitely many y such that $y \rho x$ holds.

(B) given $x \in \mathbb{R}$, the set of y, such that $y \rho x$ is a bounded subset of $\mathbb{R}$.

(C) ρ is not an equivalence relation.

(D) ρ is an equivalence relation.

$\mathbb{R}$-এ একটি সম্বন্ধ ρ নিম্নভাবে সজ্ঞায়িত আছে:

প্রদত্ত $x, y \in \mathbb{R}$-এ $x \rho y$ প্রযোজ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $x - y$ মূলদ সংখ্যা হয়। সেক্ষেত্রে

(A) $x \in \mathbb{R}$-এর ক্ষেত্রে সসীম সংখ্যক y-এর জন্য $y \rho x$ প্রযুক্ত হবে

(B) $x \in \mathbb{R}$-এর ক্ষেত্রে, যেসব y-এর জন্য $y \rho x$ প্রযুক্ত হয়, সেইসব y-এর উপসেটটি সীমাবদ্ধ হবে

(C) ρ সমতুল সম্বন্ধ নয়

(D) ρ সমতুল সম্বন্ধ

9. For all $n \in \mathbb{N}$ and for all positive real numbers x, y let $I(x, y) = \left(1 + \frac{x}{y}\right)^n + \left(1 + \frac{y}{x}\right)^n$, then

(A) $I(x, y) < 2^n$

(B) $I(x, y) < 2^{n+1}$

(C) $I(x, y) \geq 2^{n+1}$

(D) No strict order relation between $I(x, y)$ & 2^n exists.

সকল $n \in \mathbb{N}$ ও সকল ধনাত্মক বাস্তব রাশি x, y -এর ক্ষেত্রে মনে কর

$I(x, y) = \left(1+\frac{x}{y}\right)^n + \left(1+\frac{y}{x}\right)^n$ । সেক্ষেত্রে

(A) $I(x, y) < 2^n$

(B) $I(x, y) < 2^{n+1}$

(C) $I(x, y) \geq 2^{n+1}$

(D) $I(x, y)$ ও 2^n -এর মধ্যে কোন স্থির ক্রম সম্পর্ক নেই

10. Let A, B, C be three non-void subsets of set U.

Let $(A-C)\cup(C-A)=(B-C)\cup(C-B)$, then

(A) $A\subset B$ but $B\not\subset A$ (B) $B\subset A$ but $A\not\subset B$

(C) $A=B$ (D) $A\cap B=\Phi$

মনে কর সেট U-এর তিনটি অ-শূণ্য উপসেট হল A, B, C।

মনে কর $(A-C)\cup(C-A)=(B-C)\cup(C-B)$। সেক্ষেত্রে

(A) $A\subset B$ কিন্তু $B\not\subset A$ (B) $B\subset A$ কিন্তু $A\not\subset B$

(C) $A=B$ (D) $A\cap B=\Phi$

11. Consider two distinct A.P., each of which has a positive first term and a positive common difference. Let S_n and T_n denote respectively the sum of first n terms of the A.P.'s then

$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}$ equals

(A) ∞ or 0 depending on A.P. which has larger first term.

(B) ∞ or 0 depending on A.P. which has larger common difference.

(C) the ratio of first terms of A.P.'s

(D) the ratio of common differences of A.P.'s

দুটি ভিন্ন সমান্তর শ্রেণী বিবেচনা কর, প্রতিটির প্রথম পদ ও সাধারন অন্তর ধনাত্মক। দেওয়া আছে, শ্রেণীদুটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল যথাক্রমে S_n ও T_n। সেক্ষেত্রে $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}$ -এর মান

(A) প্রথম বা দ্বিতীয় শ্রেণীটির প্রথম পদ বৃহত্তর হলে যথাক্রমে ∞ বা 0 হবে

(B) প্রথম বা দ্বিতীয় শ্রেণীটির সাধারণ অন্তর বৃহত্তর হলে যথাক্রমে ∞ বা 0 হবে

(C) শ্রেণীদুটির প্রথম পদগুলির অনুপাতের সমান হবে

(D) শ্রেণীদুটির সাধারণ অন্তরদ্বয়ের অনুপাতের সমান হবে

12. For a square matrix A, let tr(A) denote the sum of its diagonal entries. Let I denote the identity matrix. If A and B are 2×2 matrices with real entries such that det A = det B = 0 and tr (B) $\neq 0$, then the limit of $\lim_{t \to 0} \frac{\det(A+tI)}{\det(B+tI)}$ is

বর্গম্যাট্রিক্স A-এর ক্ষেত্রে tr(A) বলতে ম্যাট্রিক্সের কর্ণ বরাবর সংখ্যাগুলির যোগফল বোঝায়। মনে কর I একক ম্যাট্রিক্স। যদি A ও B, 2×2 ক্রমের ম্যাট্রিক্স হয় যার সংখ্যাগুলি বাস্তব এবং det A = det B = 0 ও tr (B)$\neq$0, তবে $\lim_{t \to 0} \frac{\det(A+tI)}{\det(B+tI)}$ হবে

(A) 0 (B) ∞ (C) $\frac{tr(A)}{tr(B)}$ (D) det(A+B)

13. If $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, then $(S^{-1}AS)^{50} =$

যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, হয় তবে $(S^{-1}AS)^{50}$ হবে

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 50 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & -50 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 50 & 1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -50 & 1 \end{pmatrix}$

14. Let $\Delta = \begin{vmatrix} 72 & 73 & 1 \\ 13 & 21 & 8 \\ 7 & 8 & 1 \end{vmatrix}$ then

(A) Δ is divisible by 11.
(B) Δ is not divisible by 11.
(C) Δ is not divisible by 2.
(D) $\Delta \neq 0$.

মনে কর $\Delta = \begin{vmatrix} 72 & 73 & 1 \\ 13 & 21 & 8 \\ 7 & 8 & 1 \end{vmatrix}$। সেক্ষেত্রে

(A) Δ, 11 দ্বারা বিভাজ্য
(B) Δ, 11 দ্বারা বিভাজ্য নয়
(C) Δ, 2 দ্বারা বিভাজ্য নয়
(D) $\Delta \neq 0$

15. Let f, g : $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ (the set of integers) be defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{if } x \text{ be an even integer} \\ 5, & \text{if } x \text{ be an odd integer} \end{cases}$$

and $g(x) = x - 5$ for all $x \in \mathbb{Z}$. Then

(A) f has left inverse and g has no right inverse.

(B) f has no left inverse and g has right inverse.

(C) f has no left inverse and g has no right inverse.

(D) f has left inverse and g has right inverse.

মনে কর f, g : $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ (পূর্ণসংখ্যার সেট) এভাবে সজ্ঞাত যে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{যদি } x \text{ যুগ্ম পূর্ণসংখ্যা হয়} \\ 5, & \text{যদি } x \text{ অযুগ্ম পূর্ণসংখ্যা হয়} \end{cases}$$

ও $g(x) = x - 5$, সকল $x \in \mathbb{Z}$-এর জন্য। সেক্ষেত্রে

(A) f-এর বাম বিপরীত আছে ও g-এর ডান বিপরীত নেই

(B) f-এর বাম বিপরীত নেই ও g-এর ডান বিপরীত আছে

(C) f-এর বাম বিপরীত নেই ও g-এর ডান বিপরীত নেই

(D) f-এর বাম বিপরীত আছে ও g-এর ডান বিপরীত আছে

16. If α, β are the roots of $ax^2 + bx + c = 0$ and $S_n = \alpha^n + \beta^n$,

then $aS_{n+1} + bS_n + cS_{n-1} =$

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির বীজদ্বয় যদি α, β হয় এবং $S_n = \alpha^n + \beta^n$ হয়, সেক্ষেত্রে

$aS_{n+1} + bS_n + cS_{n-1} =$-এর মান হবে

(A) abc (B) a + b + c (C) 0 (D) $a^2b^2c^2$

17. If $\angle A = 90^\circ$ in the Δ ABC, then principal value of $\tan^{-1}\left(\frac{c}{a+b}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a+c}\right)$ is equal to

Δ ABC-এর $\angle A = 90^\circ$। তাহলে $\tan^{-1}\left(\frac{c}{a+b}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b}{a+c}\right)$-এর মুখ্য মান হবে

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

18. The plane passing through the point $(-2, -2, -2)$ and containing the line joining the points $(1, 1, 1)$ and $(1, -1, 2)$ makes intercepts on the co-ordinate axes, the sum of whose lengths is

একটি তল $(-2, -2, -2)$ বিন্দুগামী এবং $(1, 1, 1)$ ও $(1, -1, 2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী রেখার ধারক। তলটি অক্ষগুলি বরাবর যে ছেদিতাংশ উৎপন্ন করে, তাদের দৈর্ঘ্যগুলির যোগফল হল

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 12

19. If the angle between the line $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{\lambda}$ and the plane $x + 2y + 3z = 4$ is $\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{5}{14}}\right)$, then $\lambda =$

সরলরেখা $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{\lambda}$ ও $x + 2y + 3z = 4$ তলের মধ্যেকার কোণ $\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{5}{14}}\right)$, হলে $\lambda =$

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$

20. If the lines $x = 2y + 3 = z + 3$, $x = \alpha y + \beta = \gamma Z + \delta$ are coplanar then

$x = 2y + 3 = z + 3$, $x = \alpha y + \beta = \gamma Z + \delta$ একতলীয় হলে

(A) $(\gamma-1)(3\alpha-2\beta) = (\alpha-2)(3\gamma-\delta)$
(B) $(\gamma-1)(3\alpha-2\beta) = (\alpha-2)(\delta-3\gamma)$
(C) $(\gamma-1)(2\beta-3\alpha) = (\alpha-2)(3\gamma-\delta)$
(D) $(\gamma-1)(2\beta+3\alpha) = (\alpha-2)(3\gamma+\delta)$

21. $\cos 2x + 7 = a\,(2 - \sin x)$ can have a real solution for

(A) all values of 'a'
(B) $a \in [2, 6]$
(C) $a \in (-\infty, 2]$
(D) $a \in (0, \infty)$

$\cos 2x + 7 = a\,(2 - \sin x)$ -এর বাস্তব সমাধান

(A) সকল 'a' -এর জন্য আছে
(B) $a \in [2, 6]$
(C) $a \in (-\infty, 2]$
(D) $a \in (0, \infty)$ হবে

22. Let P $(a \cos \theta, b \sin \theta)$ and Q $(a \cos \phi, b \sin \phi)$ where $\theta + \phi = \pi/2$ be two points on the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. The locus of point of intersection of normals at P and Q is

$P(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ ও $Q(a\cos\phi, b\sin\phi)$, উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ -এর উপর দুটি বিন্দু যেখানে $\theta + \phi = \pi/2$ । ঐ বিন্দুদ্বয়ে অঙ্কিত অভিলম্বগুলির ছেদবিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) $ax + by = 0$ (B) $ax - by = 0$ (C) $x + y = 0$ (D) $x + y = a + b$

23. If l_1 and l_2 are the lengths of the segments of any focal chord of the parabola $y^2 = 4x$, then $\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}$ equals to

অধিবৃত্ত $y^2 = 4x$ -এর যেকোন নাভিগামী জ্যা-এর ছেদিতাংশের দৈর্ঘ্য l_1 ও l_2 হলে $\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}$ হবে

(A) 1 (B) −1 (C) 2 (D) 4

24. If OA and OB are the tangents from the origin O to the circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ and C is the centre of the circle, then the area of the quadrilateral OACB (in square unit) is

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে মূলবিন্দু O থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়, OA ও OB এবং C কেন্দ্রবিন্দু

(C) $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ (D) $\sqrt{c(g^2 + f^2 + c)}$

25. A line has intercepts 2 and 3 on the co-ordinate axes. The co-ordinate axes are rotated through a fixed angle, keeping the origin fixed. If l and m are the intercepts of the line on the new axes, then

একটি সরলরেখার অক্ষদ্বয়ে ছেদিতাংশ 2 ও 3 একক। মূলবিন্দুকে স্থির রেখে অক্ষদ্বয়কে একটি নির্দিষ্ট কোণে ঘূর্ণণ হল। যদি ঐ সরলরেখার নতুন অক্ষদ্বয়ের ছেদিতাংশ l ও m হয়, তবে

(A) $5(l^2 + m^2) = 6.l^2m^2$ (B) $13(l^2 + m^2) = 5.l^2m^2$

(C) $36(l^2 + m^2) = 13.l^2m^2$ (D) $5(l + m) = 6.l^2m^2$

26. The line of intersection of the planes $x + y - 2z + 3 = 0$, $3x - y + 4z - 5 = 0$ is given by
তলদ্বয় $x + y - 2z + 3 = 0$, $3x - y + 4z - 5 = 0$-এর ছেদরেখার সমীকরণ হল

(A) $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{6}$ (B) $\frac{x-1}{3}=\frac{y+7}{4}=\frac{z-1}{2}$

(C) $\frac{2x-1}{3}=\frac{2y+5}{-5}=\frac{z}{-2}$ (D) $\frac{2x-1}{1}=\frac{2y+7}{-5}=\frac{z}{-1}$

27. The normal of the curve $x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$, $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$ at any point 'θ' is such that
(A) it makes a constant angle with x-axis.
(B) it passes through the origin.
(C) it is at a constant distance from the origin.
(D) it makes equal angle with the co-ordinate axes.

$x = a(\cos\theta + \theta\sin\theta)$, $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$ বক্ররেখার যেকোন বিন্দু 'θ'-তে অভিলম্ব এরূপ যে
(A) অভিলম্ব x-অক্ষের সঙ্গে ধ্রুবক কোণ উৎপন্ন করে
(B) অভিলম্বটি মূলবিন্দুগামী
(C) অভিলম্বটি মূলবিন্দু থেকে স্থির দূরত্বে আছে
(D) অভিলম্বটি অক্ষদ্বয়ের সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে

28. The value of $\int_{-2}^{2} \frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}\,dx$, where $[x]$ = the greatest integer not greater than x, is

$[x]$ বলতে x-এর চেয়ে বড় নয় এমন সর্বোচ্চ পূর্ণ সংখ্যা বুঝালে $\int_{-2}^{2} \frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}\,dx$-এর মান হবে

(A) 1 (B) 0 (C) $4 - \sin 4$ (D) $4 + \sin 4$

29. The number of zeros of $f(x) = \sin x \cos x$ in open interval $(0, n\pi)$ is
মুক্ত অন্তরাল $(0, n\pi)$ -তে $f(x) = \sin x \cos x$ -এর শূণ্যের সংখ্যা হল
(A) $n+1$ (B) $2n-1$ (C) $2n$ (D) $2n+1$

30. The area of the region lying above the x-axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 2ax$ & the parabola $y^2 = ax (a > 0)$ is
বৃত্ত $x^2 + y^2 = 2ax$ ও অধিবৃত্ত $y^2 = ax (a > 0)$ -দ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত যে অঞ্চল x-অক্ষের উর্ধাংশে অবস্থিত, সেই অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{\pi a^2}{8}$ (B) $\frac{\pi a^2}{4}$ (C) $a^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}\right)$ (D) $a^2\left(\frac{\pi}{3}+\frac{3}{4}\right)$

31. Consider the curve $x = \mathrm{A}\cos\theta - \mathrm{B}\cos\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\theta,\ y = \mathrm{A}\sin\theta - \mathrm{B}\sin\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\theta$. Tangent at ' θ 'is

$x = \mathrm{A}\cos\theta - \mathrm{B}\cos\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\theta,\ y = \mathrm{A}\sin\theta - \mathrm{B}\sin\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\theta$ বক্ররেখাটি বিবেচনা কর। এক্ষেত্রে 'θ' বিন্দুতে স্পর্শক হল

(A) $x\sin\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta - y\cos\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta = (\mathrm{A+B})\sin\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta$

(B) $x\cos\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta + y\sin\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta = (\mathrm{A-B})\cos\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta$

(C) $x\sin\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta + y\cos\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta = (\mathrm{A-B})\sin\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta$

(D) $x\cos\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta - y\sin\frac{\mathrm{A-B}}{2\mathrm{B}}\theta = (\mathrm{A+B})\cos\frac{\mathrm{A+B}}{2\mathrm{B}}\theta$

32. Let $f_1(x) = e^x, f_2(x) = e^{f_1(x)}$ & generally $f_{n+1}(x) = e^{f_n(x)}$ for all $n \geq 1$. For any fixed n, the value of $\frac{d}{dx}f_n(x)$ is

ধর $f_1(x) = e^x, f_2(x) = e^{f_1(x)}$ এবং সাধারণভাবে সকল $n \geq 1$ -এর জন্য $f_{n+1}(x) = e^{f_n(x)}$। তাহলে যেকোন নির্দিষ্ট n-এর জন্য $\frac{d}{dx}f_n(x)$ হবে

(A) $f_n(x)$

(B) $f_n(x)\, f_{n-1}(x)$

(C) $f_n(x) f_{n-1}(x) \cdots f_1(x)$

(D) $f_{n+1}(x) f_n(x) \cdots f_1(x) e^x$

33. Let the non-zero function f satisfy the relation $f(x)f(y) = f(x+y)$. Let $f(3)=3$. $f'(0)=11$. Then $f'(3)$ is

অশূন্য অপেক্ষক f, $f(x)f(y) = f(x+y)$ সম্পর্ককে সিদ্ধ করে। মনে কর $f(3) = 3$, $f'(0) = 11$। তাহলে $f'(3)$ হবে

(A) 13 (B) 33 (C) 21 (D) 24

34. Let $M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x+2}\, dx$, $N = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cos x}{(x+1)^2}\, dx$, then M - N is

মনে কর $M = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x+2}\, dx$, $N = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cos x}{(x+1)^2}\, dx$। তাহলে M- N হবে

(A) π (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{2}{\pi-4}$ (D) $\frac{2}{\pi+4}$

35. Let $f(x) = \begin{cases} e^x + a\sin x, & \text{if } x < 0 \\ b(x-1)^2 + x - 2, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$. Then f is differentiable at $x = 0$ if

মনে কর $f(x) = \begin{cases} e^x + a\sin x, & \text{যদি } x < 0 \\ b(x-1)^2 + x - 2, & \text{যদি } x \geq 0 \end{cases}$ । সেক্ষেত্রে $x = 0$ বিন্দুতে f অবকলনযোগ্য হবে, যদি

(A) $a = 6, b = 3$ (B) $a = -6, b = 3$ (C) $a = -6, b = -3$ (D) $a = 6, b = -3$

36. $P(x) = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + ... + b_m}$, where $a_0 b_0 \neq 0$. Then $\lim_{x \to \infty} P(x)$

(A) does not exist.

(B) ∞ in all cases.

(C) $\begin{cases} \infty, & \text{if } n > m \\ \frac{a_0}{b_0}, & \text{if } n = m \\ 0, & \text{if } n < m \end{cases}$

(D) 0 in all cases.

মনে কর $P(x) = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + ... + b_m}$, যেখানে $a_0 b_0 \neq 0$। সেক্ষেত্রে $\lim_{x \to \infty} P(x)$

(A) -এর অস্তিত্ব নেই

(B) সবক্ষেত্রেই ∞ হবে

(C) $\begin{cases} \infty, \text{if } n > m \\ \frac{a_0}{b_0}, \text{if } n = m \\ 0, \text{if } n < m \end{cases}$

(D) সবক্ষেত্রেই 0 হবে

37. The domain of the function $f(x) = \cos^{-1} \dfrac{3}{4+2\sin x}$ is

$f(x) = \cos^{-1} \dfrac{3}{4+2\sin x}$ -এর সজ্ঞার অঞ্চল হল

(A) $-\dfrac{\pi}{6}+2K\pi \le x \le \dfrac{7\pi}{6}+2K\pi$

(B) $-\dfrac{\pi}{6}+4K\pi \le x \le \dfrac{5\pi}{6}+2K\pi$

(C) $-\dfrac{\pi}{2}+2K\pi \le x \le 2\pi+(2K+1)\pi$

(D) $-\dfrac{3\pi}{2}+K\pi \le x \le \dfrac{3\pi}{2}+2K\pi$

(when K is an integer in all cases) (যেখানে K সবক্ষেত্রেই পূর্ণসংখ্যা)

38. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\log_e(1-x)+\tan\dfrac{\pi x}{2}}{\cot \pi x}$

(A) does not exist / -এর অস্তিত্ব নেই

(B) 0

(C) 2

(D) –2

39. Let $y = 3^{\frac{1}{x}} + \dfrac{1}{2^{2x}} + 6^{\sqrt{x}}$. Then dy for $x = 1$ and $dx = 0.2$ is (up to 3 decimal places)

মনে কর $y = 3^{\frac{1}{x}} + \dfrac{1}{2^{2x}} + 6^{\sqrt{x}}$ । সেক্ষেত্রে $x = 1$ ও $dx = 0.2$ -এর ক্ষেত্রে (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) dy হবে

(A) 0.173 (B) 0.217 (C) 0.346 (D) 0.615

40. $y = \int_0^x (t-1)(t-2)^2\, dt$

(A) is minimum at $x = 1$

(B) is maximum at $x = 1$

(C) extrema exists at $x = 2$

(D) no extrema exists at $x = 1$

$y = \int_0^x (t-1)(t-2)^2\, dt$

(A) $x = 1$ বিন্দুতে ন্যূনতম

(B) $x = 1$ বিন্দুতে সর্বোচ্চ

(C) $x = 2$ বিন্দুতে extrema আছে

(D) $x = 1$ বিন্দুতে কোন extrema নেই

41. Suppose f is a function such that $f(x) > 0$ for all x and $f'(x)$ is continuous for every $x \in R$. Given that $f'(t) \geq \sqrt{f(t)}$ for all t. Then

(A) $\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(B) $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(C) $\sqrt{f(x)} = \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(D) no order relation exists between $\sqrt{f(x)}$ and $\sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1)$

f এমন একটি অপেক্ষক যে সকল x-এর জন্য $f(x) > 0$ হয় এবং প্রতি $x \in R$ -এর জন্য $f'(x)$ সন্তত হয়। দেওয়া আছে যে সকল t-এর জন্য $f'(t) \geq \sqrt{f(t)}$ হবে। সেক্ষেত্রে

(A) $\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(B) $\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(C) $\sqrt{f(x)} = \sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1), x \geq 1$

(D) $\sqrt{f(x)}$ ও $\sqrt{f(1)} + \frac{1}{2}(x-1)$ -এর মধ্যে কোন ক্রমসম্পর্ক নেই

42. The equation $xe^x = 2$

(A) has only one real root in open interval (0, 1).

(B) has at least one real root in (0, 1).

(C) has infinitely many real roots in (0, 1).

(D) has no real root in (0, 1).

সমীকরণ $xe^x = 2$ -এর

(A) মুক্ত অন্তরাল (0, 1) -এ একটি মাত্র বাস্তব বীজ আছে

(B) (0, 1) -এ অন্তত একটি বাস্তব বীজ আছে

(C) (0, 1) -এ অসংখ্য বাস্তব বীজ আছে

(D) (0, 1) -এ কোন বাস্তব বীজ নেই

43. Given $\int_{\sqrt{2}}^{x} \frac{dx}{x\sqrt{(x^2-1)}} = \frac{\pi}{12}$, then x is

দেওয়া আছে যে $\int_{\sqrt{2}}^{x} \frac{dx}{x\sqrt{(x^2-1)}} = \frac{\pi}{12}$ । x -এর মান হবে

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

44. Let $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Then points of discontinuity of the composite function $y = f\{f\{f(x)\}\}$ is/are

(A) None
(B) only $x = 0$
(C) only $x = 1$
(D) $x = 0$ and $x = 1$

মনে কর $f(x) = \frac{1}{1-x}$ । সেক্ষেত্রে সংযোগ অপেক্ষক $y = f\{f\{f(x)\}\}$-এর অসন্ততির বিন্দুগুলি

(A) অস্তিত্ব নেই
(B) শুধুমাত্র $x = 0$
(C) শুধুমাত্র $x = 1$
(D) $x = 0$ ও $x = 1$

45. The value of $\lim_{n\to\infty} \frac{1^3 + 2^3 + \ldots + n^3}{n^4}$ is

$\lim_{n\to\infty} \frac{1^3 + 2^3 + \ldots + n^3}{n^4}$ -এর মান হবে

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) 1 (D) 4

46. The differential equation, of which $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$ (a is a constant) is a solution, is

যে অবকল সমীকরণের সমাধান $(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$ (a একটি ধ্রুবক), সেটি হবে

(A) $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y = a^2$

(B) $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = a^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$

(C) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + xy\frac{dy}{dx} + a^2 = 0$

(D) $y^2\frac{d^2x}{dy^2} + y\frac{dx}{dy} - 4x = a^2$

47. The solution of the ODE $y^2+x^2\dfrac{dy}{dx}=xy\dfrac{dy}{dx}$ is given by (where C is arbitrary constant)

সাধারণ অবকল সমীকরণ $y^2+x^2\dfrac{dy}{dx}=xy\dfrac{dy}{dx}$ -এর সমাধান হল (যেখানে C একটি যদৃচ্ছ ধ্রুবক)

(A) $xy=C^2$

(B) $\dfrac{y}{x}=C+\log|y|$

(C) $\dfrac{x}{y}-\log|x|=C$

(D) $xy+\log\left|\dfrac{x}{y}\right|=C$

48. The differential equation representing the family of curves $y=xe^{ax}$ (a is constant) is

$y=xe^{ax}$ বক্ররেখাগুলির প্রতিনিধিত্বকারী অবকল সমীকরণ হবে (a: ধ্রুবক)

(A) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}\left(1-\log\dfrac{y}{x}\right)$

(B) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{x}{y}\left(1+\log\dfrac{y}{x}\right)$

(C) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}\left(1+2\log\dfrac{x}{y}\right)$

(D) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x}\left(1+\log\dfrac{y}{x}\right)$

49. A unit vector in XY plane makes an angle 45° with the vector $\hat{i}+\hat{j}$ and an angle of 60° with the vector $3\hat{i}-4\hat{j}$ is

XY -তলে যে একক ভেক্টর $\hat{i}+\hat{j}$-ভেক্টরের সঙ্গে 45° কোণ উৎপন্ন করে ও $3\hat{i}-4\hat{j}$ -ভেক্টরের সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে, সেটি হবে

(A) $\dfrac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}$ (B) $\dfrac{13}{14}\hat{i}+\dfrac{1}{14}\hat{j}$ (C) $\dfrac{13\hat{i}-\hat{j}}{14}$ (D) $\dfrac{\hat{i}+13\hat{j}}{14}$

50. Let $\vec{\alpha}=\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ and $\vec{\beta}=\lambda\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ and the orthogonal projection of $\vec{\beta}$ on $\vec{\alpha}$ is $\dfrac{4}{3}(\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})$. Then λ is equal to

মনে কর $\vec{\alpha}=\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ ও $\vec{\beta}=\lambda\hat{i}-3\hat{j}+\hat{k}$ । $\vec{\alpha}$ ভেক্টরে $\vec{\beta}$-এর লম্ব অভিলম্ব যদি $\dfrac{4}{3}$ $(\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})$ হয়, সেক্ষেত্রে λ-এর মান হবে

(A) 0 (B) 1 (C) −1 (D) 2