AJ-1332

B.C.A. (Part–I) Term End Examination, 2021-22

DISCRETE MATHEMATICS (Paper-III)

Time : 3 hours] **[Maximum Marks : 100**

नोट- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है।

Note : *Attempt all questions. One question from each Unit is compulsory.*

1 Answer the following short answer type questions:
निम्न लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर दीजिए : **5×5=25**

(a) Define Conditional and Biconditional statement.
कंडीशनल तथा बाई-कंडीशनल कथन को परिभाषित कीजिए।

(b) Define greatest lower bound and least upper bound.
महत्तम निम्न परिबंध तथा लघुत्तम उपरि परिबंध को परिभाषित कीजिए ।

(c) Explain Delta and Bridge circuit.
डेल्टा तथा ब्रिज परिपथ को समझाइए।

(d) What is Relation ? Explain antisymmetric relation.
संबंध क्या है ? प्रतिसममित संबंध को उदाहरण देकर समझाइए।

(e) Define Rank and Nullity of graph.
आलेख की जाति एवं शून्यता को परिभाषित कीजिए।

इकाई–I / Unit–I

2 (a) Write and prove distributive law. **15**
वितरण नियम को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(b) What is logical equivalence ? Show that the following statements are logically equivalent :
तार्किक तुल्यता क्या है ? सिद्ध करें कि निम्नलिखित कथन तार्किक तुल्य हैं :
(1) $\sim (p \to q) \equiv (p \wedge (\sim q))$ (2) $p \to (q \wedge r) \equiv (p \to q) \wedge (p \to r)$

अथवा/OR

(a) What is Tautology ? Prove that the following statements are tautology : **15**
पुनरक्ति क्या है ? सिद्ध करें कि निम्न कथन पुनरक्ति हैं :
(1) $(p \to q) \vee r \Leftrightarrow [(p \vee r) \to (q \vee r)]$ (2) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \to (p \leftrightarrow r)$

(b) Define Converse, Inverse & Contrapositive statement. Write the converse, inverse and contrapositive of the conditional statement "if 2 + 2 = 4 then I am not student of college".
विलोम, प्रतिलोम तथा प्रतिपरिवर्तित कथन को परिभाषित कीजिए, प्रत्यक्ष कथन "यदि 2 + 2 = 4 है तो मैं महाविद्यालय का छात्र नहीं हूँ" का विलोम, प्रतिलोम तथा प्रतिपरिवर्तित कथन बनाइए।

इकाई–II / Unit–II

3 (a) In a Boolean algebra, show that if a + b = a + c and ab = ac then b = c : **15**
बूलीय बीजगणित में दिखाइए कि b = c होगा यदि a + b = a + c और ab = ac है ।

(b) What is partial Order Relation ? Prove that the order relation ' ≤ ' is partial order relation in a boolean algebra.
अंशतः क्रम सम्बन्ध क्या है ? सिद्ध करें कि बूलीय बीजगणित में क्रम सम्बन्ध '≤' अंशतः क्रम सम्बन्ध होता है ।

अथवा/OR

(a) Draw a circuit for the following boolean function and replace it by simpler one : **15**
निम्न बूलीय फलन का परिपथ बनाइए एवं इसे सरलतम परिपथ में परिवर्तित कीजिए :
F (x, y, z) = x.y'.(z + x) + y.(y' + z)

[P.T.O.]

(b) For any two elements a and b of boolean algebra B, prove that :
बूलीय बीजगणित B के किन्हीं दो अवयवों a तथा b के लिए सिद्ध करें कि :

$$(a + b)' = a' . b'$$

इकाई–III / Unit–III

4 (a) Prove that every function without constants of a boolean algebra is equal to a function in disjunctive normal form. **15**
सिद्ध करें कि बूलीय बीजगणित में बिना स्थिरांक का प्रत्येक फलन वियोजनी प्रसामान्य रूप में फलन के बराबर होता है।

(b) Express the following function into conjuctive normal form :
निम्न फलन को संयोजनी प्रसामान्य रूप में लिखिए :
(1) f (x, y, z) = (xy' + xz)' + x' (2) f (x, y, z) = xy' + xz + xy.

अथवा/OR

(a) Express the following function into disjunctive normal form : **15**
निम्न फलन को वियोजनी प्रसामान्य रूप में लिखिए :
(1) f (x, y, z) = [x + (x + y')].[x + (y'.z')] (2) f (x, y, z) = x.y.z. + (x + y).(x+z)

(b) Prove that the number of minimal boolean function in n-variable are 2^n.
सिद्ध करें कि n-चरों में न्यूनतम बूलीय फलनों की संख्या 2^n होगी।

इकाई–IV / Unit–IV

5 (a) Show that the function f : R → R defined by $f(x) = 5x^3 - 1$ is one-one onto, where R is the set of real number. **15**
सिद्ध करें कि फलन f : R → R जो कि निम्नानुसार परिभाषित हैं, "$f(x) = 5x^3 - 1$" एकैकी-आच्छादक प्रतिचित्रण है, जहाँ R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है ।

(b) What is equivalence relation ? Show that relation R = {(a, b) : a, b ∈ I and a – b is divisible by 3} is an equivalence relation.
तुल्यता सम्बन्ध क्या है ? दिखाइये कि R = {(a, b) : a, b ∈ I और a – b, 3 से विभाज्य है} एक तुल्यता सम्बन्ध है। जहाँ I पूर्णांकों का समुच्चय है ।

अथवा/OR

(a) What is Equivalence class ? Write its properties.
तुल्यता वर्ग क्या है ? इसके गुणों को लिखिए। **15**

(b) Write a brief note on kinds of mapping.
प्रतिचित्रणों के प्रकारों पर संक्षिप्त लेख लिखिए।

इकाई–V / Unit–V

6 (a) Explain planer graph with example. Write Euler's formula. **15**
समतलीय आलेख को उदाहरण देकर समझाइए। यूलर सूत्र को लिखिए।

(b) Define the following :
(1) Rooted tree. (2) Pendant vertex in a tree. (3) Path length of a tree.
निम्न को परिभाषित कीजिए :
(1) जड़ीय ट्री। (2) ट्री में आलंब शीर्ष। (3) ट्री की पथ लंबाई।

अथवा/OR

Write a brief note on the following : **15**
(1) Isomorphic Graph. (2) Hamiltonian Graph. (3) Binary Decision Tree.
(1) तुल्यकारी या समरूपी आलेख। (2) हैमिल्टोनियन आलेख। (3) द्विचर निर्णय ट्री।