Total Pages : 8

K -238

B.Sc. (Part-III) Examination, 2022

(Old Course)

MATHEMATICS

(Discrete Mathematics)

[Paper : Third (Optional)]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : **All** questions are **compulsory**. Answer **any two** parts from each question / unit. **All** questions carry **equal** marks.

सभी प्रश्न **अनिवार्य** है। प्रत्येक प्रश्न/इकाई से **किन्हीं दो** भागों को हल कीजिए। **सभी** प्रश्नों के अंक **समान** है।

UNIT-I / इकाई-I

1. (a) Prove by method of Mathematical Induction that :

$$1+2+2^2+2^3+.....+2^n=2^{n+1}-1$$

for all non-negative integers n.

गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$$1+2+2^2+2^3+.....+2^n=2^{n+1}-1$$

सभी ऋणेत्तर पूर्णांक n के लिए।

(b) Define language and explain all types of grammars.

भाषा को परिभाणित कीजिए तथा व्याकरणों के सभी प्रकारों की व्याख्या कीजिए।

(c) Define mutually exclusive events, If E is an event and $\bar{E}$ its complementary event then show that :

$$P(E)+P(\bar{E}) = 1$$

परस्पर अपवर्जी घटनाओं को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि कोई घटना E तथा इसकी पूरक घटना $\bar{E}$ है तो :

$$P(E)+P(\bar{E}) = 1$$

UNIT-II / इकाई-II

2. (a) Explain the Pigeonhole principle with an example.

कपोत कोष्ठ सिद्धान्त (पिजन होल सिद्धान्त) को उदाहरण देकर समझाइए।

(b) If a graph G=(V, E) is defined by :

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4),$$

$$(v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$$

$$|V| = 5, \quad |E| = 7$$

then find the adjacency matrix and incidence matrix of the graph G.

एक ग्राफ G=(V, E) दिया हुआ है जिसमें :

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4),$$

$$(v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$$

$$|V| = 5, \quad |E| = 7$$

उपर्युक्त ग्राफ की आसन्नता आव्यूह एवं आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

(c) Prove that : A tree with n vertices has (n-1) edges.

सिद्ध कीजिए : n शीर्षों सहित एक ट्री (n-1) कोरें रखता है।

UNIT-III / इकाई-III

3. (a) Write "Algorithm of Bubble Sort" with an example.

"बबल सॉर्ट ऐल्गोरिथ्म" को उदाहरण सहित लिखिए।

(b) Using generating functions, evaluate the sum of the series.

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + r^2$

जनक फलन की सहायता से निम्नलिखित श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए :

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + r^2$

(c) For numeric functions a and b find

$c = a * b,$

where : $a_r = 3^r \quad r \geq 0$
$b_r = 2^r \quad r \geq 0$

and write the value of c_r.

संख्यात्मक फलनों a और b के लिए $c = a * b$ ज्ञात कीजिए,

जहाँ $a_r = 3^r \quad r \geq 0$
$b_r = 2^r \quad r \geq 0$

तथा c_r का मान लिखिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

4. (a) Solve the following difference equation :

$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$

निम्नलिखित अंतर समीकरण को हल कीजिए :

$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$

(b) Solve by the method of generating functions the recurrence relation :

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

with the boundary conditions

$a_0 = 2$ and $a_1 = 1$

जनक फलन विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

दिये गये परिसीमा प्रतिबंध हैं

$a_0 = 2$ और $a_1 = 1$

(c) Show that the set of fourth roots of unity is an abelian group with respect to multiplicaiton.