Total Pages : 8

KN-70

B.A. (Part-II) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

[Paper : Second]

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : All questions are **compulsory**. Attempt **any two** parts from each unit. **All** questions carry **equal** marks.

सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं। प्रत्येक इकाई से **किन्हीं दो** भागों को हल कीजिए। **सभी** प्रश्नों के अंक **समान** हैं।

UNIT-I / इकाई-I

1. (a) Prove that :

$$2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

(b) Prove that :

$$\frac{1-t^2}{(1-2xt+t^2)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(x)$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1-t^2}{(1-2xt+t^2)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)t^n P_n(x)$$

(c) Find the eigenvalue and eigenfunction of the Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0 \text{ and } y(\pi) = 0$$

स्टर्म-ल्यूविल समस्या

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0 \text{ और } y(\pi) = 0$$

के अभिलाक्षणिक मान और अभिलाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए।

UNIT-II / इकाई-II

2. (a) Find the value of $L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$.

$L\left\{e^t \cos^2 t\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(b) Write and prove Convolution theorem.

संवलन प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

(c) Solve by Laplace transformation

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = \cos 2t \quad \text{if} \quad y(0) = 1, \; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

लाप्लास रूपान्तरण से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = \cos 2t \quad \text{यदि} \quad y(0) = 1, \; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

UNIT-III / इकाई-III

3. (a) Solve :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \frac{x-y}{xy}$$

हल कीजिए :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p+\left(\frac{z-x}{zx}\right)q=\frac{x-y}{xy}$$

(b) Solve :

$$(y-x)(qy-px)=(p-q)^2$$

हल कीजिए :

$$(y-x)(qy-px)=(p-q)^2$$

(c) Solve by Charpit's method :

$$pxy+pq+qy=yz$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$pxy+pq+qy=yz$$

UNIT-IV / इकाई-IV

4. (a) Classify and reduce to canonical form of the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण कीजिए और विहित रूप में समानयन कीजिए।

(b) Solve :

$$r + s - 6t = y \cos x$$

हल कीजिए :

$$r + s - 6t = y \cos x$$

(c) Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

UNIT-V / इकाई-V

5. (a) Write and prove Euler's equation.

आयलर समीकरण लिखिए और सिद्ध कीजिए।

(b) Test the extremum when functional is

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2)\, dx$$

$$y(0) = 0,\ y(\pi/2) = 1$$

उच्चिष्ठ के लिए परीक्षण कीजिए जबकि फलनक है

$$I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2)\, dx$$

$$y(0) = 0,\ y(\pi/2) = 1$$

(c) Find the shortest distance between the ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ and the point $A\,(1, 0)$.

दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 36$ तथा बिन्दु $A\,(1, 0)$ के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

----x----