Total Pages : 8

K-206

B.Sc. (Part-II) Examination, 2022

(Old Course)

MATHEMATICS

93

(Differential Equation)

[Paper : Second]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : Attempt **all five** questions. **Two** parts from each unit are **compulsory**. All questions carry **equal** marks.

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से **दो** भाग करना **अनिवार्य** है। सभी प्रश्नों के अंक **समान** हैं।

Unit - I / इकाई - I

1. (a) Find the series solution of the differential equation :

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + \left(1 - x^2\right) y = 0$$

अवकल समीकरण

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + \left(1 - x^2\right) y = 0$$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

(b) Prove that :

$$2n\, J_n(x) = x\left[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)\right]$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$2n\, J_n(x) = x\left[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)\right]$$

(c) Find the eigenvalues and eigenfunctions of the Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0,\ y(0) = 0 \text{ and } y(\pi) = 0$$

स्टर्म-लिओविली समस्या

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0, y(0) = 0 \text{ और } y(\pi) = 0$$

के अभिलाक्षणिक मान और अभिलाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए।

Unit - II / इकाई - II

2. (a) Find the value of $L(t)$.

$L(t)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(b) Find the value of $L\{e^{-t}(3\sin 2t - 5\cos 2t)\}$.

$L\{e^{-t}(3\sin 2t - 5\cos 2t)\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(c) Write and prove Convolution theorem.

संवलन प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

Unit - III / इकाई - III

3. (a) Solve :

$$p + q = x + y + z$$

हल कीजिए :

$$p + q = x + y + z$$

(b) Solve :

$$p\left(1 + q^2\right) = q\left(z - a\right)$$

हल कीजिए :

$$p\left(1 + q^2\right) = q\left(z - a\right)$$

(c) Solve by Charpit's method :

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

Unit - IV / इकाई - IV

4. (a) Solve :

$$p + r + s = 1$$

हल कीजिए :

$$p + r + s = 1$$

(b) Classify and reduce the equation $r + 2s + t = 0$ to canonical form.

समीकरण $r + 2s + t = 0$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिए।

(c) Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

Unit - V / इकाई - V

5. (a) Test for extremum the functional :

$$I\left[y(x)\right] = \int_0^{\pi/2} \left(y'^2 - y^2\right) dx$$

$$y(0) = 0,\ y = \left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

फलनक $I\left[y(x)\right] = \int_0^{\pi/2} \left(y'^2 - y^2\right) dx$

$y(0)=0, y=\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ के चरम मान का परीक्षण कीजिए।

(b) Find the shortest distance between the parabola $y=x^2$ and the straight line $x-y=5$.

परवलय $y=x^2$ तथा सरल रेखा $x-y=5$ के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

(c) Show that the shortest curve joining two fixes points in a plane is a straight line.

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में दो बिन्दुओं के मध्य की लघुत्तम दूरी एक सरल रेखा होती है।

----x----