10 આંકડાશાસ્ત્ર

- **પ્રસારમાનનાં માપ, અવર્ગીકૃત અને વર્ગીકૃત માહિતીના મધ્યક, મધ્યસ્થ, બહુલક, અવર્ગીકૃત અને વર્ગીકૃત માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન, વિચરણ અને સરેરાશ વિચલન.**

(1) અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યક :

(i) $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ જ્યાં $x_1, x_2, ..., x_n$ એ માહિતીનાં n અવલોકનો છે.

(ii) $\overline{x} = A + \dfrac{\sum d_i}{n}$ જ્યાં $d_i = x_i - A$ (ટૂંકી રીત)

- **અસતત વર્ગીકૃત માહિતી :**

(i) $\overline{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{n}$ જ્યાં $n = \sum f_i$, f_i = આવૃત્તિ

(ii) $\overline{x} = A + \dfrac{\sum f_i d_i}{n}$ જ્યાં $d_i = x_i - A$, A અચળ

- **સતત વર્ગીકૃત માહિતી :**

(i) $\overline{x} = \dfrac{\sum f_i x_i}{n}$ જ્યાં x_i = દરેક વર્ગની મ.કિં., $n = \sum f_i$

(ii) $\overline{x} = A + \dfrac{\sum f_i d_i}{n} \times c$, $d_i = \dfrac{x_i - A}{c}$, c = વર્ગાંતર

- **મિશ્રમધ્યક :**

T_1, T_2 અને T_3 સમૂહોમાં અવલોકનોની સંખ્યા અનુક્રમે n_1, n_2 અને n_3 તથા મધ્યક અનુક્રમે $\overline{x}_1$, $\overline{x}_2$ અને $\overline{x}_3$ હોય, તો $\overline{x} = \dfrac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2 + n_3\overline{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$

(2) મધ્યસ્થ :

અવર્ગીકૃત માહિતી માટે (i) n અયુગ્મ હોય, તો M = $\dfrac{n+1}{2}$મું અવલોકન. (અવલોકનોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવો.)

(ii) n યુગ્મ હોય, તો M = $\dfrac{\dfrac{n}{2}\text{મું અવલોકન} + \left(\dfrac{n}{2}+1\right)\text{મું અવલોકન}}{2}$

અસતત વર્ગીકૃત માહિતી : M = $\dfrac{n+1}{2}$ મું અવલોકન $n = \sum f_i$

સતત વર્ગીકૃત માહિતી : $M = L + \dfrac{\dfrac{n}{2} - F}{f} \times c$

જ્યાં L = મધ્યસ્થ વર્ગનું અધઃસીમાબિંદુ

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ

F = મધ્યસ્થ વર્ગની પહેલાના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ

c = મધ્યસ્થ વર્ગની વર્ગલંબાઈ

n = કુલ આવૃત્તિ

(3) પ્રસારમાન :

પ્રસારમાનનાં મુખ્ય માપ નીચે મુજબ છે :

(1) વિસ્તાર (2) સરેરાશ વિચલન (3) પ્રમાણિત વિચલન

(1) વિસ્તાર :

R = સૌથી મોટું અવલોકન - સૌથી નાનું અવલોકન

(2) સરેરાશ વિચલન :

- **અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન :**

$$\delta\bar{x} = \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$$

જ્યાં n = અવલોકનની સંખ્યા

$\bar{x}$ એ માહિતી $x_1, x_2, ..., x_n$ નો મધ્યક છે.

- **અસતત વર્ગીકૃત માહિતી :**

$$\delta\bar{x} = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

જ્યાં $n = \sum f_i$ અને $\bar{x}$ મધ્યક છે. x_i અવલોકન છે, f_i આવૃત્તિ છે.

- **વર્ગીકૃત માહિતી :**

$$\delta\bar{x} = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

જ્યાં $n = \sum f_i$, $f_i = i$ માં વર્ગની આવૃત્તિ

$x_i = i$ માં વર્ગની મધ્યકિંમત, $\bar{x}$ = માહિતીનો મધ્યક

- **મધ્યસ્થ દ્વારા સરેરાશ વિચલન :**

$$\delta M = \frac{\sum|x_i - M|}{n}$$

n = અવલોકનની સંખ્યા, M = મધ્યસ્થ

- **અસતત વર્ગીકૃત માહિતી :**

$$\delta M = \frac{\sum f_i |x_i - M|}{n}$$

$n = \sum f_i$, f_i એ i મા અવલોકનની આવૃત્તિ

- **સતત વર્ગીકૃત માહિતી :**

$$\delta M = \frac{\sum f_i |x_i - M|}{n}$$

$n = \sum f_i$, f_i એ i મા અવલોકનની આવૃત્તિ, $x_i = i$ માં વર્ગની મધ્યકિંમત

(3) પ્રમાણિત વિચલન :

આપેલ માહિતીનાં અવલોકનોના તેમના મધ્યકથી લીધેલા વિચલનોના વર્ગોની સરેરાશ કિંમતના ધન વર્ગમૂળને પ્રમાણિત વિચલન કહેવામાં આવે છે. તેને સંકેત s વડે દર્શાવાય છે.

- **અવર્ગીકૃત માહિતી :**

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} \text{ અથવા } s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

, જ્યાં n = અવલોકનોની સંખ્યા, $\bar{x}$ = મધ્યક

- **વર્ગીકૃત અસતત માહિતી :**

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} \text{ અથવા } s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{n}\right)^2}$$

, જ્યાં $n = \sum f_i$

- **વર્ગીકૃત સતત માહિતી :**

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$x_i = i$ મા વર્ગની મધ્યકિંમત, $f_i = i$ મા વર્ગીકૃત આવૃત્તિ, $n = \sum f_i$

અથવા

જો સતત આવૃત્તિ-વિતરણના k વર્ગોની મધ્યકિંમતો $x_1, x_2, \dots x_k$ હોય અને તેમને અનુરૂપ આવૃત્તિઓ અનુક્રમે $f_1, f_2, \dots f_k$ હોય, તો

$$\sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \times c \quad \text{જ્યાં } d_i = \frac{x_i - A}{c},\ c = \text{પ્રત્યેક વર્ગની વર્ગલંબાઈ},\ n = \sum f_i$$

(4) વિચરણ :

પ્રમાણિત વિચલનના વર્ગને તે માહિતીનું વિચરણ કહેવાય. **વિચરણ** $= s^2$

ચલનાંક :

પ્રમાણિત વિચલનને મધ્યક વડે ભાગી 100 વડે ગુણવાથી (ટકાવારીમાં) ચલનાંક મળે.

ચલનાંક (C.V) $= \frac{s}{\overline{x}} \times 100$

- જે માહિતીના ચલનાંકનું મૂલ્ય ઓછું તે માહિતી વધુ સાતત્ય દર્શાવે છે.
- જે માહિતીના ચલનાંકનું મૂલ્ય વધારે તે માહિતીનું વિચલન વધારે દર્શાવે છે.
- $y = ax + b \Rightarrow \overline{y} = a\overline{x} + b$

  $y = ax + b \Rightarrow s_y = |a|\ s_x$
- સાચો $\Sigma x_i = n\overline{x}$ – (ખોટાં અવલોકનોનો સરવાળો) + (સાચાં અવલોકનોનો સરવાળો)
- સાચો $\Sigma x_i^2 = n(s^2 + \overline{x}^2)$ – (ખોટાં અવલોકનોના વર્ગનો સરવાળો) + (સાચાં અવલોકનોના વર્ગનો સરવાળો)
- $1, 2, 3, \dots, n$ માટે વિચરણ $s^2 = \frac{1}{12}(n^2 - 1)$
- $2, 4, 6, \dots, 2n$ માટે વિચરણ $s^2 = \frac{1}{3}(n^2 - 1)$
- $1, 3, 5, \dots, 2n - 1$ માટે વિચરણ $s^2 = \frac{1}{3}(n^2 - 1)$
- $1, 2, 3, \dots, n$ માટે ચલનાંક $= \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)} \times 100$

(5) બહુલક :

અવર્ગીકૃત માહિતીનાં અવલોકનોમાં સૌથી વધુ વખત પુનરાવર્તિત બનતા અવલોકનને માહિતીનો બહુલક કહેવાય.

- અસતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં ચલની જે કિંમતની આવૃત્તિ મહત્તમ હોય તે કિંમતને આવૃત્તિ-વિતરણનો બહુલક કહે છે.
- સતત આવૃત્તિ-વિતરણમાં સૌથી વધુ આવૃતિ ધરાવતો વર્ગ એ બહુલક વર્ગ છે.

  બહુલક $= L + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \times c$

  L = બહુલક વર્ગની અધઃસીમા

  f_1 = બહુલક વર્ગની પુરોગામી વર્ગની આવૃત્તિ

  f_2 = બહુલક વર્ગના અનુગામી વર્ગની આવૃત્તિ

  f = બહુલકની વર્ગ આવૃત્તિ

  c = બહુલક વર્ગની વર્ગલંબાઈ
- સંમિત આવૃત્તિ-વિતરણ માટે મધ્યક = મધ્યસ્થ = બહુલક
- ધન વિષમ આવૃત્તિ-વિતરણ માટે બહુલક < મધ્યસ્થ < મધ્યક
- ઋણ વિષમ આવૃત્તિ-વિતરણ માટે મધ્યક < મધ્યસ્થ < બહુલક
- સામાન્ય આવૃત્તિ-વિતરણ માટે

  બહુલક = 3 મધ્યસ્થ – 2 મધ્યક એટલે કે $Z = 3M - 2\overline{x}$

બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો

(1) n અવલોકનો મધ્યક $\overline{x}$ છે. જો પ્રત્યેક અવલોકનમાં અનુક્રમે 2, 2^2, 2^3, 2^4, ..., 2^n ઉમેરતાં મળતો નવો મધ્યક ......

(A) $\overline{x} + \frac{2^n - 1}{2^n}$ (B) $\overline{x} + \frac{2^n}{2}$ (C) $\overline{x} + 2\frac{(2^n - 1)}{n}$ (D) $\overline{x} + \frac{2^{n+1}}{n}$

ઉકેલ : આપેલ અવલોકનો $x_1, x_2, \dots x_n$ નો મધ્યક $\overline{x}$ છે.

$\therefore \quad \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

પ્રત્યેક અવલોકનમાં અનુક્રમે 2, 2^2, 2^3, 2^4, ..., 2^n ઉમેરતાં

નવી માહિતી $x_1 + 2, x_2 + 2^2, x_3 + 2^3, \dots, x_n + 2^n$

$$\text{નવો મધ્યક} = \frac{(x_1 + 2) + (x_2 + 2^2) + (x_3 + 2^3) + \dots + (x_n + 2^n)}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n}{n}$$

$$= \overline{x} + \frac{2[2^n - 1]}{(2-1)n} \qquad \left(s_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ [સમગુણોત્તર શ્રેઢી]}\right)$$

$$\text{નવો મધ્યક} = \overline{x} + \frac{2[2^n - 1]}{n}$$

જવાબ : (C)

(2) અવલોકનો $x_1, x_2, \dots x_n$ નો મધ્યક $\overline{x}$ છે, તો $x_1 + 1, x_2 + 3, x_3 + 5, \dots, x_n + (2n - 1)$નો મધ્યક ...... છે.

(A) $\overline{x} + n$ (B) $\overline{x} + \frac{n+1}{2}$ (C) $(2n - 1)\overline{x}$ (D) $\overline{x} + \frac{(n+1)^2}{4}$

ઉકેલ : $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

$$\text{નવો મધ્યક} = \frac{(x_1 + 1) + (x_2 + 3) + (x_3 + 5) + \dots + x_n + (2n - 1)}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{n}$$

$$= \overline{x} + \frac{n^2}{n}$$

$$= \overline{x} + n$$

જવાબ : (A)

(3) નીચેનાં અવલોકનો માટે મધ્યસ્થ ...... છે.

3, 9, 5, 3, 12, 10, 18, 4, 7, 19, 21

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 7

ઉકેલ : ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં 3, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 18, 19, 21

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન $=$ 6હું અવલોકન ($n = 11$ અયુગ્મ છે.)

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= 9$

જવાબ : (B)

(4) 100 વિદ્યાર્થીઓના એક વર્ગમાં 70 વિદ્યાર્થીઓ છે. તેમના કોઈ એક વિષયમાં સરેરાશ ગુણ 75 છે. જો આખા વર્ગના સરેરાશ ગુણ 72 હોય, તો વિદ્યાર્થિનીઓના સરેરાશ ગુણ ...... છે. [AIEEE : 2002]

ઉકેલ : n_1 = વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા $\quad \overline{x}_1$ = વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ

n_2 = વિદ્યાર્થિનીઓની સંખ્યા $\quad \overline{x}_2$ = વિદ્યાર્થિનીઓના સરેરાશ ગુણ

$n_1 = 70 \quad n_2 = 30 \quad \overline{x}_1 = 75 \quad \overline{x} = 72 \quad \overline{x}_2 = ?$

$$\overline{x} = \frac{n_1 \overline{x}_1 + n_2 \overline{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$\therefore \; 72 \times 100 = 70 \times 75 + 30\overline{x}_2$

$7200 - 5250 = 30\overline{x}_2$

$\frac{1950}{30} = \overline{x}_2$

$\therefore \; \overline{x}_2 = 65$ **જવાબ : (C)**

(5) એક પ્રયોગમાં 15 અવલોકનો માટે $\sum x_i^2 = 2830$ અને $\sum x_i = 170$. એક અવલોકન 20 ખોટું લેવાયું હતું તેના બદલે અવલોકન 30 લેવામાં આવે તો સાચું વિચરણ ...... છે. [AIEEE : 2003]

(A) 188.66 (B) 177.33 (C) 8.33 (D) 78.00

ઉકેલ : સાચો $\sum x_i = 170 - 20 + 30 = 180$

સાચો $\sum x_i^2 = 2830 - (20)^2 + (30)^2 = 2830 - 400 + 900 = 3330$

$$\text{સાચું વિચરણ} = \frac{\text{સાચો} \sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\text{સાચો} \sum x_i}{n}\right)^2$$

$$= \frac{3330}{15} - \left(\frac{180}{15}\right)^2 = 222 - 144 = 78$$ **જવાબ : (D)**

(6) નવ ભિન્ન અવલોકનોનો મધ્યસ્થ 20.5 છે. જો છેલ્લાં ચાર આપેલા અવલોકનો પૈકી પ્રત્યેકમાં 2 ઉમેરવામાં આવે, તો નવો મધ્યસ્થ = ... (અવલોકનો ચઢતા ક્રમમાં) [AIEEE : 2003]

(A) 2 ઘટે. (B) બમણો થાય. (C) તેનો તે જ રહે. (D) 2 વધે.

ઉકેલ : $n = 9$. મધ્યસ્થ M = $\frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન = 5 મું અવલોકન

ચઢતા ક્રમમાં અવલોકનો $x_1, x_2, x_3, x_4, \boxed{x_5}, x_6, x_7, x_8, x_9$ છે.

અહીં 5મું અવલોકન 20.5 = x_5 મધ્યસ્થ છે.

છેલ્લાં ચાર અવલોકનમાં 2 ઉમેરવાથી મધ્યસ્થ બદલાતો નથી.

5મું અવલોકન તે જ રહે છે.

$\therefore$ મધ્યસ્થ તેનો તે જ રહે. **જવાબ : (C)**

(7) અવલોકનો 1, 2, 3, 4, 5, 6 અને 7 નું પ્રમાણિત વિચલન 2 હોય, તો 12, 23, 34, 45, 56, 67 અને 78 નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) 11 (B) 22 (C) 4 (D) 2

ઉકેલ : અવલોકનો 1, 2, 3, 4, 5, 6 અને 7 નું પ્રમાણિત વિચલન 2 છે.

દરેક અવલોકનને 11 વડે ગુણી મળતા પરિણામમાં 1 ઉમેરતાં અવલોકનો

12, 23, 34, 45, 56, 67 અને 78 મળે.

$\therefore \; y_i = 11x_i + 1$

$\therefore \; s_y = 11 s_x$ થાય.

$s_y = 11 \times 2 = 22$ **જવાબ : (B)**

(8) 1, 2, 3, 4, 5 નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\sqrt{2}$

ઉકેલ : 1, 2, 3, ..., n નું પ્રમાણિત વિચલન $\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

$\therefore$ 1, 2, 3, 4, 5 નું પ્રમાણિત વિચલન $= \sqrt{\frac{5^2-1}{12}} = \sqrt{2}$ **જવાબ : (D)**

(9) અવલોકનો 3, 4, 5, 6 નું વિચરણ ...... છે.

(A) 1.25 (B) 2 (C) 2.25 (D) 0.75

ઉકેલ : $\bar{x} = \frac{3+4+5+6}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$

$\sum x_i^2 = 9 + 16 + 25 + 36 = 86$

વિચરણ $= s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{86}{4} - \frac{81}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$

[**ટૂંકી રીત :** 3, 4, 5, 6 નું વિચરણ = 1, 2, 3, 4 નું વિચરણ $= \frac{n^2-1}{12} = \frac{16-1}{12} = \frac{5}{4} = 1.25$ કારણ કે અચળ ઉમેરતાં કે બાદ કરતાં વિચરણ ન બદલાય.] **જવાબ : (A)**

(10) 20 અવલોકનોનો મધ્યક 10 છે. પાછળથી જણાયું કે એક અવલોકન 8 ખોટું લેવાયું છે તેના બદલે અવલોકન 12 લેવામાં આવે, તો નવો મધ્યક ......

(A) 10 (B) 10.2 (C) 14 (D) 13

ઉકેલ : સાચો $\sum x_i = n\bar{x}$ – (ખોટું અવલોકન) + (સાચું અવલોકન)

$= 200 - 8 + 12 = 204$

સાચો મધ્યક $= \frac{\text{સાચો} \sum x_i}{20} = \frac{204}{20} = 10.2$ **જવાબ : (B)**

(11) 10 અવલોકનોના મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન અનુક્રમે 4 અને 3 છે. એક અવલોકન 5ની જગ્યાએ –5 ખોટી રીતે લેવાયું છે, તો સાચો મધ્યક અને પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

(A) $\bar{x} = 0; s = 5$ (B) $\bar{x} = 5; s = 0$ (C) $\bar{x} = 3; s = 2.5$ (D) $\bar{x} = 5; s = 1.1$

ઉકેલ : $n = 10$ $\bar{x} = 4$ $s = 3$

સાચો $\sum x_i = n\bar{x}$ – ખોટું અવલોકન + સાચું અવલોકન $= 10(4) - (-5) + 5 = 40 + 10 = 50$

સાચો $\bar{x} = \frac{\text{સાચો} \sum x_i}{n} = \frac{50}{10} = 5$

સાચો $\sum x_i^2 = n(s^2 + \bar{x}^2)$ – (ખોટું અવલોકન)^2 + (સાચું અવલોકન)^2

$= 10(9 + 16) - (-5)^2 + (5)^2 = 250$

સાચો $s = \sqrt{\frac{\text{સાચો} \sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\text{સાચો} \sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{250}{10} - (5)^2} = 0$

$\therefore$ $\bar{x} = 5, s = 0$ **જવાબ : (B)**

(12) પાંચ અવલોકનોનો મધ્યક 4.4 તથા વિચરણ 8.24 છે. તે પૈકી ત્રણ અવલોકનો 1, 2 અને 6 હોય, તો બાકીનાં અવલોકનો ...... છે.

(A) 4, 9 (B) 3, 9 (C) 4, 8 (D) 5, 8

ઉકેલ : ધારો કે a અને b બાકીનાં અવલોકનો છે.

$\sum x_i = n\overline{x}$

$\therefore\ 1 + 2 + 6 + a + b = 5(4.4)$

$\therefore\ a + b + 9 = 22$

$\therefore\ a + b = 13$ (1)

$\sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 6^2 + a^2 + b^2 = 41 + a^2 + b^2$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2$$

$$8.24 + 19.36 = \frac{a^2 + b^2 + 41}{5}$$

$5 \times 27.6 = a^2 + b^2 + 41$

$138 = a^2 + b^2 + 41$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 97$ (2)

$(a - 13)^2 + a^2 = 97$ ((1) પરથી)

$a^2 - 26a + 169 + a^2 = 97$

$a^2 - 13a + 36 = 0$

$\therefore a = 9$ અથવા $a = 4$ એટલે કે $b = 4$ અથવા $b = 9$ **જવાબ : (A)**

(13) એક શ્રેણીના $2n$ અવલોકનો છે, જે પૈકી અડધાં અવલોકનો a અને પછી બાકીનાં અડધાં અવલોકનો $-a$ છે. જો અવલોકનોનું પ્રમાણિત વિચલન 2 હોય, તો $|a|$ = ... [AIEEE : 2004]

(A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{1}{n}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{n}$

ઉકેલ : $$\sum x_i = \frac{(a + a + ... + a \quad n \text{ વખત}) - (a + a + ... + a \quad n \text{ વખત})}{2n} = \frac{0}{2n} = 0$$

$\sum x_i^2 = a^2 + a^2 + ... + (a^2 \quad n$ વખત$) + (-a)^2 + (-a)^2 + ... + ((-a)^2 \quad n$ વખત$)$

$= na^2 + na^2 = 2na^2$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2$$

$\therefore\ 4 = \frac{2na^2}{2n} - 0.$ આથી, $4 = a^2$

$\therefore\ |a| = 2$ **જવાબ : (A)**

(14) જો આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક અને મધ્યસ્થ અનુક્રમે 21 અને 22 હોય, તો તે આવૃત્તિ-વિતરણનો બહુલક ...... છે. [AIEEE : 2005]

(A) 22.0 (B) 20.5 (C) 25.5 (D) 24.0

ઉકેલ : $Z = 3M - 2\overline{x}$ Z = બહુલક, M = મધ્યસ્થ, $\overline{x}$ = મધ્યક

$Z = 3(22) - 2(21) = 66 - 42 = 24$ **જવાબ : (D)**

(15) નીચેની માહિતીનું મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન ...... છે.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

(A) $\frac{10}{9}$ (B) 0 (C) 5 (D) $\frac{20}{9}$

ઉકેલ : M $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ મું અવલોકન $= \left(\frac{9+1}{2}\right)$ મું અવલોકન = 5 મું અવલોકન = 5

x_i	$\lvert x_i - M\rvert$
1	4
2	3
3	2
4	1
5	0
6	1
7	2
8	3
9	4
	$\Sigma\lvert x_i - M\rvert = 20$

સરેરાશ વિચલન $\delta M = \frac{\sum \lvert x_i - M\rvert}{n}$

$= \frac{20}{9}$ **જવાબ : (D)**

(16) ધારો કે $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ એ n અવલોકનો એવાં છે કે જેથી $\sum x_i^2 = 400$ અને $\sum x_i = 80$ થાય. નીચેના પૈકી n ની શક્ય કિંમત ...... છે : [AIEEE : 2005]

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18

ઉકેલ : $s^2 \geq 0$

$$\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 \geq 0$$

$$\frac{400}{n} - \left(\frac{80}{n}\right)^2 \geq 0$$

$400n - 6400 \geq 0$

$n \geq 16$

$\therefore$ n ની શક્ય કિંમત 18 છે. **જવાબ : (D)**

(17) n અવલોકનો $x_1, x_2, \ldots x_n$ નું પ્રમાણિત વિચલન 2 છે. જો $\sum_{i=1}^{n} x_i = 20$ અને $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 100$ હોય, તો n = ...

(A) 5 અથવા 15 (B) 5 અથવા 20 (C) 5 અથવા 10 (D) 10 અથવા 20

ઉકેલ : $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right)^2$

$\therefore \quad 4 = \frac{100}{n} - \left(\frac{20}{n}\right)^2$

$\therefore \quad 4 = \frac{100n - 400}{n^2}$

$\therefore \quad n^2 - 25n + 100 = 0$

$\therefore \quad n = 20$ અથવા $n = 5$ **જવાબ : (B)**

(18) પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનું વિચરણ ......

(A) $\frac{n^2-1}{12}$ (B) $\frac{n^2+1}{12}$ (C) $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$ (D) $\frac{n(n+1)^2}{4}$

ઉકેલ : પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ 1, 2, 3, ..., n

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+2+3+...+n}{n} = \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{n} = \frac{n+1}{2}$$

$$\sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} - \frac{(n+1)^2}{4} = \frac{(n+1)[4n+2-3n-3]}{12} = \frac{n^2-1}{12}$$ **જવાબ : (A)**

(19) 10 અવલોકનોના તેમના મધ્યક 50 માંથી લીધેલાં વિચલનોના વર્ગોનો સરવાળો 250 થાય છે. માહિતીનો ચલનાંક ......

(A) 40 % (B) 50 % (C) 10 % (D) 20 %

ઉકેલ : $n = 10$ $\overline{x} = 50$. $\sum(x_i - \overline{x})^2 = 250$

$$\therefore \quad s = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5$$

$$\therefore \quad \text{ચલનાંક V} = \frac{s}{\overline{x}} \times 100$$

$$= \frac{5}{50} \times 100 = 10\ \%$$ **જવાબ : (C)**

(20) નીચે આપેલ માહિતી પરથી મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન શોધો :

x_i	2	5	6	8	10	12
f_i	2	8	10	7	8	5

(A) 2.3 (B) 2.7 (C) 1.8 (D) 2

ઉકેલ :

x_i	f_i	cf	$f_i\lvert x_i - M\rvert$
2	2	2	12
5	8	10	24
6	10	20	20
8	7	27	0
10	8	35	16
12	5	40	20
			$\sum f_i\lvert x_i - M\rvert = 92$

મધ્યસ્થ M = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ માં અવલોકનની કિંમત = $\frac{41}{2}$ = 20.5 મા અવલોકનની કિંમત

સંચયી આવૃત્તિ 20 પછી તરત સંચયી આવૃત્તિ 27 મળે.

$cf = 27$ માટે $x_i = 8$. આથી, M = 8

$$\delta M = \frac{\sum f_i \lvert x_i - M\rvert}{n} = \frac{92}{40} = 2.3$$ **જવાબ : (A)**

(21) એક જૂથ A માં 100 અવલોકનો 101, 102, ..., 200 અને બીજા જૂથ B માં 100 અવલોકનો 151, 152, ..., 250. જો જૂથ A અને B ના વિચરણ અનુક્રમે V_A અને V_B હોય, તો $\frac{V_A}{V_B}$ = ... [AIEEE : 2006]

(A) 1 (B) $\frac{9}{4}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{2}{3}$

ઉકેલ : જૂથ A ના પ્રત્યેક અવલોકનોમાંથી 100 તથા જૂથ B ના પ્રત્યેક અવલોકનમાંથી 150 બાદ કરતાં

$V_A = V_B$ = 1, 2, 3, ... 100 નું વિચરણ = $\frac{(100)^2 - 1}{12}$

$\therefore \frac{V_A}{V_B} = 1$ **જવાબ : (A)**

(22) જો કોઈ માહિતીના દરેક અવલોકનમાંથી 5 બાદ કરવામાં આવે, તો ચલનાંક 10 % થાય છે. જો દરેક અવલોકનમાં 5 ઉમેરવામાં આવે તો ચલનાંક 6 % થાય છે. મૂળ માહિતીનો ચલનાંક ......

(A) 4 % (B) 8 % (C) 7.5 % (D) 4.5 %

ઉકેલ : $y = x - 5$

$\bar{y} = \bar{x} - 5$

$s_y = s_x$

ચલનાંક = $\frac{s}{\bar{x}} \times 100$

$10 = \frac{s}{\bar{x} - 5} \times 100$ (1)

$y = x + 5$

$\bar{y} = \bar{x} + 5$

$s_y = s_x$

ચલનાંક = $\frac{s}{\bar{x}} \times 100$

$6 = \frac{s}{\bar{x} + 5} \times 100$ (2)

પરિણામ (1) ને (2) વડે ભાગતાં,

$\frac{5}{3} = \frac{\bar{x} + 5}{\bar{x} - 5}$

$5\bar{x} - 25 = 3\bar{x} + 15$

$\therefore \bar{x} = 20$

(1) પરથી $10 = \frac{s}{15} \times 100$

$\therefore s = 1.5$

ચલનાંક $V = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1.5}{20} \times 100 = 7.5\,\%$ **જવાબ : (C)**

(23) જો અવલોકનો $x_1, x_2, \dots x_n$ નું પ્રમાણિત વિચલન 4.5 હોય, તો અવલોકનો $-2x_1 + 5, -2x_2 + 5, \dots, -2x_n + 5$ નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) –4 (B) 9 (C) 14 (D) –9

ઉકેલ : અહીં અવલોકનો $y_i = -2x_i + 5$.

$s_y = |-2| s_x = 2 \times 4.5 = 9$ **જવાબ : (B)**

(24) નીચેની વર્ગીકૃત અસતત માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

x_i	6	7	8	9	10	11	12
f_i	3	6	9	13	8	5	4

(A) 1.4 (B) 1.6 (C) 2 (D) 1.2

ઉકેલ :

x_i	f_i	$f_i x_i$	$(x_i - \overline{x})^2$	$f_i (x_i - \overline{x})^2$
6	3	18	9	27
7	6	42	4	24
8	9	72	1	9
9	13	117	0	0
10	8	80	1	8
11	5	55	4	20
12	4	48	9	36
	$n = 48$	432		124

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{432}{48} = 9$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{124}{48}} = \sqrt{2.58} = 1.6$$

જવાબ : **(B)**

(25) નીચેની માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન મેળવો :

વર્ગ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
આવૃત્તિ	5	8	15	16	6

(A) 188.66 (B) 177.33 (C) 11.49 (D) 78.00

ઉકેલ :

વર્ગ	આવૃત્તિ f_i	મ.કિં. x_i	$d_i = \frac{x_i - A}{c}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
0 – 10	5	5	–2	–10	20
10 – 20	8	15	–1	–8	8
20 – 30	15	25 = A	0	0	0
30 – 40	16	35	1	16	16
40 – 50	6	45	2	12	24
	$\sum f_i = 50$			$\sum f_i d_i = 10$	$\sum f_i d_i^2 = 68$

વર્ગલંબાઈ $c = 10$. ધારેલો મધ્યક A = 25

$$\overline{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c = 25 + \frac{10}{50} \times 10 = 27$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2} \times c$$

$$= \sqrt{\frac{68}{50} - \left(\frac{10}{50}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{1.36 - 0.04} \times 10$$

$$= \sqrt{1.32} \times 10 = 1.149 \times 10 = 11.49$$

જવાબ : **(C)**

(26) એક વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 52 છે અને વિદ્યાર્થિનીઓના સરેરાશ ગુણ 42 છે. વિદ્યાર્થીઓ અને વિદ્યાર્થિનીઓના સંયુક્ત સરેરાશ ગુણ 50 છે, તો વર્ગમાં કેટલા ટકા છોકરાઓ હશે ? [AIEEE : 2007]

(A) 60 (B) 80 (C) 40 (D) 20

ઉકેલ : વિદ્યાર્થીઓ અને વિદ્યાર્થિનીઓની સંખ્યા અનુક્રમે n_1 અને n_2 તથા મધ્યક અનુક્રમે $\overline{x_1}$ અને $\overline{x_2}$ છે.

$\overline{x_1} = 52 \quad \overline{x_2} = 42 \quad \overline{x} = 50$

$\therefore \quad \overline{x} = \dfrac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2}}{n_1 + n_2}$

$\therefore \quad 50 = \dfrac{52n_1 + 42n_2}{n_1 + n_2}$

$\therefore \quad 50n_1 + 50n_2 = 52n_1 + 42n_2$

$\therefore \quad 8n_2 = 2n_1$

$\therefore \quad \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{4}{1}$

$\therefore \quad \dfrac{n_1}{n_1 + n_2} = \dfrac{4}{4+1} = \dfrac{4}{5}$

વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી $= \dfrac{n_1}{n_1 + n_2} \times 100 = \dfrac{4}{5} \times 100 = 80$ **જવાબ : (B)**

બીજી રીત :

$n_1 + n_2 = 100$ લેતાં

$5000 = 50n_1 + 42(100 - n_1)$

$\therefore \quad 800 = 10n_1$

$\therefore \quad n_1 = 80$

$\therefore$ 80 % વિદ્યાર્થીઓ. **જવાબ : (B)**

(27) $a, b, 8, 5, 10$ નો મધ્યક 6 છે અને વિચરણ 6.8 છે, તો નીચેના પૈકી કઈ કિંમતો a અને b માટે શક્ય છે ? [AIEEE : 2008]

(A) $a = 3, b = 4$ (B) $a = 0, b = 7$ (C) $a = 5, b = 2$ (D) $a = 1, b = 6$

ઉકેલ : $\overline{x} = 6$

$\therefore \quad \dfrac{a + b + 8 + 5 + 10}{5} = 6$

$a + b + 23 = 30.$ આથી, $a + b = 7$

$\therefore \quad b = 7 - a$ (1)

$\sum x_i^2 = a^2 + b^2 + 64 + 25 + 100$

$= 189 + a^2 + (7 - a)^2$ ((1) પરથી)

$= 189 + a^2 + 49 - 14a + a^2$

$= 2a^2 - 14a + 238$

હવે $s^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2$

$6.8 + 36 = \dfrac{2a^2 - 14a + 238}{5}$

$\therefore \quad 214 = 2a^2 - 14a + 238$

$\therefore \quad 2a^2 - 14a + 24 = 0$

$\therefore \quad a^2 - 7a + 12 = 0$

$\therefore \quad a = 4$ અથવા $a = 3 \Rightarrow b = 3$ અથવા $b = 4$

$\therefore \quad a = 3, b = 4$ **જવાબ : (A)**

(28) 100 અવલોકનોનો મધ્યક 50 અને પ્રમાણિત વિચલન 5 છે, તો બધાં અવલોકનોના વર્ગનો સરવાળો = ...

(A) 50,000 (B) 2,50,000 (C) 2,52,500 (D) 2,55,000

ઉકેલ : $\sum x_i^2 = n(s^2 + \overline{x}^2) = 100\ [25 + 2500] = 100\ [2525] = 2{,}52{,}500$ **જવાબ : (C)**

(29) 8 અવલોકનોનાં મધ્યક તથા વિચરણ અનુક્રમે 9 તથા 9.25 છે. છ અવલોકનો 6, 7, 10, 12, 12 અને 13 છે, તો બાકીનાં બે અવલોકન ...... અને ...... છે.

(A) 4, 6 (B) 3, 8 (C) 4, 7 (D) 4, 8

ઉકેલ : ધારો કે બાકીનાં બે અવલોકનો a અને b છે.

$$\sum x_i = n\overline{x}$$

$\therefore$ $a + b + 6 + 7 + 10 + 12 + 12 + 13 = 8 \times 9$

$a + b = 12$ (1)

$$\sum x_i^2 = n(s^2 + \overline{x}^2)$$

$\therefore$ $a^2 + b^2 + 36 + 49 + 100 + 144 + 144 + 169 = 8(81 + 9.25) = 8(90.25)$

$a^2 + b^2 + 642 = 722$

$a^2 + b^2 = 80$ (2)

$a^2 + (12 - a)^2 = 80$ ((1) પરથી)

$2a^2 - 24a + 64 = 0$

$a^2 - 12a + 32 = 0$

$(a - 8)(a - 4) = 0$

$a = 8$ અથવા $a = 4$. આથી, $b = 4$ અથવા $b = 8$

$\therefore$ બાકીનાં બે અવલોકનો 4 અને 8 છે. **જવાબ : (D)**

(30) $1, 1 + d, 1 + 2d, ..., 1 + 100d$ નું મધ્યકથી સરેરાશ વિચલન 255 છે તો $d =$ ...... [AIEEE : 2009]

(A) 20.0 (B) 10.1 (C) 20.2 (D) 10.0

ઉકેલ : $T_n = a + (n - 1)d \Rightarrow 1 + 100d = 1 + (n - 1)d$

$\therefore$ $n - 1 = 100 \Rightarrow n = 101$

$$\overline{x} = \frac{1 + (1 + d) + ... + (1 + 100d)}{101}$$

$$= \frac{(1 + 1 + ... + 1 \quad 101 \text{ વખત}) + d[1 + 2 + ... + 100]}{101} = 1 + \frac{(100)(101)}{2(101)}d$$

$\overline{x} = 1 + 50d$

$$\text{સરેરાશ વિચલન} = \frac{\sum |x_i - \overline{x}|}{n}$$

$$= \frac{1}{101}\left[\sum_{i=1}^{101} |x_i - 1 - 50d|\right]$$

$$= \frac{1}{101}[50d + 49d + ... + d + 0 + d + 2d + ... + 50d]$$

$$= \frac{2d}{101}[1 + 2 + 3 + 4 + ... + 50] = \frac{2d}{101}\left[\frac{50}{2} \times 51\right]$$

પરંતુ સરેરાશ વિચલન = 255 આપેલ છે.

$$255 = \frac{50 \times 51d}{101}$$

$\therefore$ $d = \frac{255 \times 101}{50 \times 51} = 10.1$ **જવાબ : (B)**

(31) ધારો કે $x_1, x_2, ... x_n$ એ n અવલોકનો એવાં છે કે, $\sum x_i^2 = 200$ અને $\sum x_i = 60$ થાય તો n ની શક્ય કિંમત ...... છે.

(A) 16 (B) 19 (C) 12 (D) 10

ઉકેલ : $\frac{\sum x_i^2}{n} \geq \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

$\therefore \frac{200}{n} \geq \left(\frac{60}{n}\right)^2$

$\therefore 200n \geq 3600$

$\therefore n \geq 18$ જવાબ : **(B)**

(32) 10 અવલોકનોના મધ્યક 30 માંથી લીધેલા વિચલનોના વર્ગોનો સરવાળો 90 થાય છે. માહિતીનો ચલનાંક ......

(A) 20 % (B) 10 % (C) 11 % (D) 12 %

ઉકેલ : $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3$

$CV = \frac{s}{\overline{x}} \times 100 = \frac{3}{30} \times 100 = 10\ \%$ જવાબ : **(B)**

(33) જો x અને y એ $4x - 3y = 10$ વડે સંકળાયેલ હોય અને x નું સરેરાશ વિચલન 10 હોય, તો yનું સરેરાશ વિચલન ...... છે.

(A) 13 (B) 12.3 (C) 13.3 (D) 13.5

ઉકેલ : $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$ આથી $\delta \overline{y} = |k| \delta \overline{x}$

$\delta \overline{y} = \frac{4}{3}(10) = \frac{40}{3} = 13.3$ જવાબ : **(C)**

(34) નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક 2.6 છે. તો y = ...

x_i	1	2	3	4	5
f_i	4	5	y	1	2

(A) 24 (B) 13 (C) 8 (D) 3

ઉકેલ :

x_i	f_i	$f_i x_i$
1	4	4
2	5	10
3	y	$3y$
4	1	4
5	2	10
	$\sum f_i = 12 + y$	$\sum f_i x_i = 28 + 3y$

$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$\therefore 2.6 = \frac{28 + 3y}{12 + y}$

$\therefore \frac{26}{10}(12 + y) = 28 + 3y$

$\therefore 156 + 13y = 140 + 15y$

$\therefore 16 = 2y$

$\therefore y = 8$ જવાબ : **(C)**

(35) $2n$ અવલોકનોની એક શ્રેણીમાં અડધાં અવલોકનોની કિંમત b તથા અડધાં અવલોકનોની કિંમત $-b$ છે. જો આ અવલોકનોનું પ્રમાણિત વિચલન 3 હોય, તો $|b|$ = ...

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{n}$ (D) $\frac{1}{n}$

ઉકેલ : $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{0}{n} = 0$

$\sum x_i^2 = b^2 + ... + b^2(n$ વખત$) + (-b)^2 + (-b)^2 + ... + (b)^2(n$ વખત$) = 2nb^2$

$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{2nb^2}{2n} - 0 = b^2 = 3$

$\therefore$ $|b| = \sqrt{3}$ **જવાબ : (B)**

(36) પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓની અનુરૂપ આવૃત્તિ ${}_nC_1$, ${}_nC_2$, ${}_nC_3$, ..., , ${}_nC_n$ હોય, તો મધ્યક $\bar{x}$ ......

(A) $\frac{n \cdot 2^{n-1}}{2^n - 1}$ (B) $\frac{3n(n+1)}{2(2n+1)}$ (C) $\frac{n \cdot 2^n}{n+1}$ (D) $\frac{(n+1)(2n+1)}{6}$

ઉકેલ : $\bar{x} = \frac{{}_nC_1 + 2{}_nC_2 + 3{}_nC_3 + ... + n \cdot {}_nC_n}{{}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + ... + {}_nC_n}$

$= \frac{n + n{}_{(n-1)}C_1 + n{}_{(n-1)}C_2 + ... + n{}_{(n-1)}C_{(n-1)}}{{}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + ... + {}_nC_n - {}_nC_0}$

$= \frac{n[{}_{n-1}C_0 + {}_{n-1}C_1 + {}_{n-1}C_2 + ... + {}_{n-1}C_{n-1}]}{{}_nC_0 + {}_nC_1 + ... + {}_nC_{n-1}}$

$\bar{x} = \frac{n \cdot 2^{n-1}}{2^n - 1}$

$\left[2{}_nC_2 = \frac{2 \cdot n!}{(n-2)!\,2!} = \frac{n(n-1)!}{(n-2)!} = n\left({}_{n-1}C_1\right)\right.$. તે જ રીતે $3{}_nC_3 = n({}_{n-1}C_2)$, $4({}_nC_4) = n({}_{n-1}C_3)$

$\left.{}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + ... + {}_nC_n = 2^n\right]$ **જવાબ : (A)**

(37) અવલોકનો $x_1, x_2, ... x_n$ માટે $\sum_{i=1}^{n}(x_i + 4) = 100$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i + 6) = 140$ હોય, તો n = ... અને $\bar{x}$ = ...

(A) 20, 2 (B) 20, 1 (C) 22, 1 (D) 23, 1

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{n}(x_i + 6) - \sum_{i=1}^{n}(x_i + 4) = 140 - 100$

$\therefore \sum_{i=1}^{n}x_i + \sum_{i=1}^{n}6 - \sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}4 = 40$

$\therefore$ $6n - 4n = 40$

$\therefore$ $2n = 40$. આથી $n = 20$

હવે $\sum_{i=1}^{20}(x_i + 4) = 100$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i + 80 = 100 \qquad (4n = 80)$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 20$$

$$\therefore \quad \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

જવાબ : (B)

(38) અવલોકનો $x_1, x_2, \dots x_n$ માટે $\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)^2 = 9n$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2 = 5n$ હોય, તો માહિતીનું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)^2 = 9n \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} x_i = 8n$ (1)

$\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2 = 5n \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\sum x_i = 4n$ (2)

(1) અને (2) નો સરવાળો કરતાં $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 6n$

(1) માંથી (2)ની બાદબાકી કરતાં $\sum_{i=1}^{n} x_i = n$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{6n}{n} - \left(\frac{n}{n}\right)^2} = \sqrt{6-1} = \sqrt{5}$$

જવાબ : (B)

(39) પ્રાપ્તાંકો 31, 32, 33, ..., 47 નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) $4\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{\frac{47^2-1}{12}}$ (D) $\sqrt{\frac{17}{12}}$

ઉકેલ : પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ 1, 2, 3, ..., n નું પ્રમાણિત વિચલન $= \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

હવે $y_i = x_i + 30$ પરથી, 31, 32, 33, ..., 47 નું પ્રમાણિત વિચલન = 1, 2, 3, 4, ..., 17 નું પ્રમાણિત વિચલન

$$s = \sqrt{\frac{17^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{289-1}{12}} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

જવાબ : (B)

(40) વૈશાલી અને માધવીએ 4 વિદ્યાર્થીઓના વાર્ષિક પરીક્ષામાં કરેલા દેખાવને આધારે નીચેની માહિતી મેળવેલ છે :

વિદ્યાર્થીનું નામ	**મધ્યક $\overline{x}$**	**પ્રમાણિત વિચલન**
વિમલ	75	11.25
હીરેન	65	5.98
ગૌરાંગ	48	8.88
વિજય	44	5.28

તો સૌથી વધુ સારા અને સૌથી ઓછા સારા વિદ્યાર્થીઓ કયા હશે ?

(A) વિમલ, હીરેન (B) હીરેન, ગૌરાંગ (C) ગૌરાંગ, હીરેન (D) હીરેન, વિજય

ઉકેલ : $C.V_{\text{વિમલ}} = \frac{s}{\overline{x}} \times 100 = \frac{11.25}{75} \times 100 = 15$

$C.V_{\text{હીરેન}} = \frac{s}{\overline{x}} \times 100 = \frac{5.98}{65} \times 100 = 9.2$

$C.V_{\text{ગૌરાંગ}} = \frac{s}{\overline{x}} \times 100 = \frac{8.88}{48} \times 100 = 18.5$

$C.V_{\text{વિજય}} = \frac{s}{\overline{x}} \times 100 = \frac{5.28}{44} \times 100 = 12$

હીરેન માટે C.V સૌથી ઓછો અને ગૌરાંગ માટે C.V સૌથી વધુ છે.

$\therefore$ હીરેન સૌથી વધુ સારો અને ગૌરાંગ સૌથી ઓછો સારો છે. **જવાબ : (B)**

(41) 31 અવલોકનોનો મધ્યક 60 છે. જો પહેલાં 16 અવલોકનોનો મધ્યક 58 અને છેલ્લાં 16 અવલોકનોનો મધ્યક 62 હોય, તો 16મું અવલોકન ...... થાય.

(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80

ઉકેલ : $x_1, x_2, ..., x_{31}$ અવલોકનો છે.

$x_1 + x_2 + ... + x_{15} + x_{16} = 16 \times 58 = 928$ (1)

$x_{16} + x_{17} + ... + x_{31} = 16 \times 62 = 992$ (2)

(1) અને (2)નો સરવાળો કરતાં,

$x_1 + x_2 + ... + x_{31} + x_{16} = 1920$

$31 \times 60 + x_{16} = 1920$

$1860 + x_{16} = 1920$

$\therefore x_{16} = 60$ **જવાબ : (B)**

(42) 23 અવલોકનોનો મધ્યક 34 છે. જો પ્રથમ 12 અવલોકનોનો મધ્યક 32 અને છેલ્લાં 12 અવલોકનોનો મધ્યક 38 હોય, તો 12મું અવલોકન ...... થાય.

(A) 58 (B) 59 (C) 57 (D) 60

ઉકેલ : $n = 23, \overline{x} = 34, n_1 = 12, \overline{x_1} = 32, n_2 = 12, \overline{x_2} = 38$

$\therefore$ વચ્ચેનું અવલોકન $= n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2} - n\overline{x}$

$= 12 \times 32 + 12 \times 38 - 23 \times 34 = 384 + 456 - 782 = 58$ **જવાબ : (A)**

(43) જો 20 અવલોકનોના 30 માંથી લીધેલાં વિચલનોનો સરવાળો 20 હોય, તો મધ્યક ...... થાય.

(A) 30 (B) 30.1 (C) 29 (D) 31

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{20} (x_i - 30) = 20$

$\therefore \sum_{i=1}^{20} x_i - \sum_{i=1}^{20} 30 = 20$

$\therefore 20\overline{x} - 20 \times 30 = 20$

$\therefore 20\overline{x} = 620$

$\therefore \overline{x} = 31$ **જવાબ : (D)**

(44) એક માહિતીના 40 વિદ્યાર્થીઓના આવૃત્તિ-વિતરણમાં વર્ગલંબાઈ 10 છે. તેનો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 40 અને 49 છે. પાછળથી માલૂમ પડ્યું કે વર્ગ 21–30ના અવલોકન 2 ની ગણતરી વર્ગ 31–40 માં થઈ ગઈ છે, તો ભૂલ સુધાર્યા પછીનો મધ્યક ...... અને વિચરણ ...... થાય.

(A) 39.5, 49.0 (B) 39.5, 58.25 (C) 40, 50 (D) 39, 49

ઉકેલ : $n = 40,\ c = 10,\ \bar{x} = 40,\ s^2 = 49$

21 – 30 નું અવલોકન 2 ભૂલથી 31 – 40 માં ગણાયું.

સાચો $\sum x_i = n\bar{x}$ – ખોટા વર્ગનો $f_i x_i$ + સાચા વર્ગ માટે $f_i x_i$

$= 40 \times 40 - 2 \times 35.5 + 2 \times 25.5$

$= 1600 - 71 + 51 = 1580$

$\therefore$ સાચો $\bar{x} = \dfrac{\text{સાચો} \sum f_i x_i}{n} = \dfrac{1580}{40} = 39.5$

સાચો $\sum f_i x_i^2 = n(s^2 + \bar{x}^2)$ – ખોટો $f_i x_i^2$ + સાચો $f_i x_i^2$

$= 40(49 + 1600) - 2(35.5)^2 + 2(25.5)^2$

$= 65960 - 2520.5 + 1300.5 = 64740$

$s^2 = \dfrac{\text{સાચો} \sum f_i x_i^2}{n} - (\text{સાચો } \bar{x})^2$

$= \dfrac{64740}{40} - (39.5)^2 = 1618.5 - 1560.25 = 58.25$

સાચો $\bar{x} = 39.5$, સાચું વિચરણ $s^2 = 58.25$ **જવાબ : (B)**

(45) જો $\sum\limits_{i=1}^{18} (x_i - 8) = 9$ અને $\sum\limits_{i=1}^{18} (x_i - 8)^2 = 45$ તો $x_1, x_2, x_3, ..., x_{18}$ નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

ઉકેલ : ધારો કે $d_i = x_i - 8$

$\sum\limits_{i=1}^{18} (x_i - 8) = 9$ અને $\sum\limits_{i=1}^{18} (x_i - 8)^2 = 45$

$\therefore \sum\limits_{i=1}^{18} d_i = 9$ અને $\sum\limits_{i=1}^{18} d_i^2 = 45,\ n = 18$

અચળ બાદ કરતાં પ્રમાણિત વિચલન ન બદલાય.

$\therefore s_{d_i} = s_{x_i} = s$

$s = \sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{18} d_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{18} d_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{45}{18} - \left(\dfrac{9}{18}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{4}} = \sqrt{\dfrac{10-1}{4}} = \dfrac{3}{2}$ **જવાબ : (C)**

(46) $x_1, x_2, ..., x_n$ એમ n અવલોકનોના મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 5 અને 0 છે. જો $\sum x_i^2 = 400$ હોય, તો n = ...

(A) 80 (B) 25 (C) 20 (D) 16

ઉકેલ : અહીં, $\frac{\sum x_i}{n} = 5, \quad s^2 = 0$

હવે, $s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

$\therefore \quad 0 = \frac{400}{n} - 25$

$\therefore \quad 25 = \frac{400}{n}$. આથી, $n = \frac{400}{25} = 16$ **જવાબ : (D)**

(47) જો $\sum_{i=1}^{9} x_i = 36$ અને $\sum_{i=1}^{9} x_i^2 = 180$ હોય, તો ચલનાંક ...... છે.

(A) 4 % (B) 50 % (C) 100 % (D) 10 %

ઉકેલ : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{9} x_i}{9} = \frac{36}{9} = 4$

$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{180}{9} - 16} = 2$

ચલનાંક $= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50\ \%$ **જવાબ : (B)**

(48) $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, n અવલોકનો માટે $\sum_{i=1}^{n} (x_i + 5) = 120$ અને $\sum_{i=1}^{n} (x_i + 7) = 160$ હોય, તો n અને $\bar{x}$ ...... અને ...... છે.

(A) 20, 1 (B) 20, 3 (C) 3, 17 (D) 1, 20

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{n} (x_i + 5) = 120$

$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} x_i + 5n = 120$ (1)

$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} (x_i + 7) = \sum_{i=1}^{n} x_i + 7n = 160$ (2)

(2)માંથી (1) બાદ કરતાં,

$2n = 40$. આથી $n = 20$

પરિણામ (1)માં $n = 20$ મૂકતાં, $\sum_{i=1}^{20} x_i + 100 = 120$

$\therefore \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 20$. આથી, $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20}{20} = 1$ **જવાબ : (A)**

(49) n અવલોકનોના 40 માંથી લીધેલાં વિચલનોનો સરવાળો 30 છે અને 45 માંથી લીધેલાં વિચલનોનો સરવાળો –20 હોય, તો n = ... અને મધ્યક ......

(A) $n = 10,\ \overline{x} = 33$ (B) $n = 10,\ \overline{x} = 43$ (C) $n = 9,\ \overline{x} = 33$ (D) $n = 10,\ \overline{x} = 42$

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 40) = 30$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} x_i - 40n = 30 \qquad (1)$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n}(x_i - 45) = -20$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n} x_i - 45n = -20 \qquad (2)$$

(1) માંથી (2)ની બાદબાકી કરતાં,

$5n = 50$. આથી, $n = 10$.

પરિણામ (1)માં $n = 10$ લેતાં, $\sum_{i=1}^{10} x_i - 400 = 30$

$$\therefore \sum_{i=1}^{10} x_i = 430$$

$$\therefore \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{430}{10} = 43$$

જવાબ : (B)

(50) આપેલ બે માહિતી પૈકી દરેકનાં અવલોકનોની સંખ્યા 5 છે. તેમના વિચરણ અનુક્રમે 4 અને 5 છે અને તેમના મધ્યક અનુક્રમે 2 અને 4 છે, તો મિશ્ર સમૂહનું વિચરણ ...... છે. [AIEEE : 2010]

(A) $\frac{11}{2}$ (B) 6 (C) $\frac{13}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

ઉકેલ : $\sum x_i^2 = n_1(s_1^2 + \overline{x}_1^2)$ $\qquad \sum y_i^2 = n_2(s_2^2 + \overline{x}_2^2)$

અહીં, $s_1^2 = 4,\ \overline{x}_1 = 2,\ s_2^2 = 5,\ \overline{x}_2 = 4,\ n = 5$

$\sum x_i^2 = 5(4+4)$,	$\sum y_i^2 = 5(5+16)$
$\therefore \sum x_i^2 = 40$,	$\sum y_i^2 = 105$

$$\therefore \sum(x_i^2 + y_i^2) = 40 + 105 = 145 \qquad (1)$$

$$\sum x_i = n_1\overline{x}_1 = 10,\ \sum y_i = n_2\overline{x}_2 = 20,\ \sum(x_i + y_i) = 30$$

$$s^2 = \frac{\sum(x_i^2 + y_i^2)}{n} - \left[\frac{\sum(x_i + y_i)}{n}\right]^2 \qquad n = n_1 + n_2 = 10$$

$$= \frac{145}{10} - \left(\frac{30}{10}\right)^2 = 14.5 - 9 = 5.5 = \frac{11}{2}$$

જવાબ : (A)

(51) નીચે આપેલી માહિતી પરથી મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન શોધો :

37, 70, 48, 50, 32, 56, 63, 46, 54, 44

(A) 7.6 (B) 49 (C) 8.6 (D) 9.6

ઉકેલ : અહીં આપેલ અવલોકનોની સંખ્યા એક યુગ્મ પૂર્ણાંક 10 છે. આપેલ માહિતીને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવણી નીચે મુજબ થશે :

x_i (ચઢતા ક્રમમાં)	$\lvert x_i - M \rvert$
32	17
37	12
44	5
46	3
48	1
50	1
54	5
56	7
63	14
70	21
	$\sum \lvert x_i - M \rvert = 86$

મધ્યસ્થ M $= \dfrac{\text{5મા અવલોકનની કિંમત + 6 ઠ્ઠા અવલોકનની કિંમત}}{2}$.

આથી, $n = 10$, $M = \dfrac{48+50}{2} = 49$

$\delta M = \dfrac{\sum \lvert x_i - M \rvert}{n} = \dfrac{86}{10} = 8.6$ **જવાબ : (C)**

(52) $\log x$, $\log 3$, $\log 27$, $\log 3x$, $\log 3$, $\log x$ નો મધ્યક $\log 9$ છે, તો x ની કિંમત ...... છે.

(A) 3 (B) 27 (C) 9 (D) 81

ઉકેલ : મધ્યક $\log 9 = \dfrac{\log x + \log 3 + \log 27 + \log 3x + \log 3 + \log x}{6}$

$\therefore$ $6\log 9 = \log[x \times 3 \times 27 \times 3x \times 3 \times x]$

$\therefore$ $\log 9^6 = \log(3^6 x^3)$

$\therefore$ $9^6 = 3^6 x^3$

$\therefore$ $3^{12} = 3^6\, x^3$

$\therefore$ $3^6 = x^3$

$\therefore$ $x = 3^2 = 9$ **જવાબ : (C)**

(53) $\cos\frac{\pi}{8}, \cos\frac{3\pi}{8}, \cos\frac{5\pi}{8}, \cos\frac{7\pi}{8}, \cos\frac{9\pi}{8}, \cos\frac{15\pi}{8}$ નો મધ્યક ......

(A) -1 (B) 0 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ઉકેલ : મધ્યક $\overline{x} = \dfrac{\cos\frac{\pi}{8} + \cos\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{5\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + \cos\frac{9\pi}{8} + \cos\frac{15\pi}{8}}{6}$

$$= \dfrac{\cos\frac{\pi}{8} + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\frac{3\pi}{8} + \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{8}\right)}{6}$$

$$= \dfrac{\cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{8} + \cos\frac{3\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{8} + \cos\frac{\pi}{8}}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

જવાબ : (B)

(54) x અને $\frac{1}{x}$ નો મધ્યક 2 હોય, તો x^3 અને $\frac{1}{x^3}$ નો મધ્યક ...... છે.

(A) 35 (B) 8 (C) 70 (D) 26

ઉકેલ : $\dfrac{x+\frac{1}{x}}{2} = 2$

$\therefore \quad x + \frac{1}{x} = 4$ (1)

હવે, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x+\frac{1}{x}\right) = 4^3 - 3(4) = 64 - 12 = 52$

x^3 અને $\frac{1}{x^3}$ નો મધ્યક $= \dfrac{x^3+\frac{1}{x^3}}{2} = \frac{52}{2} = 26$ **જવાબ : (D)**

(55) $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, n અવલોકનો માટે $\sum_{i=1}^{n}(x_i+3) = 120$ અને $\sum_{i=1}^{n}(x_i+5) = 160$ તો $n =$ ...... અને $\overline{x} =$ ......

(A) 20, 5 (B) 20, 3 (C) 3, 17 (D) 3, 20

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{n}(x_i+3) = 120$

$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} 3 = 120$

$\therefore \quad n\overline{x} + 3n = 120$ (1)

$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} 5 = 160$

$n\overline{x} + 5n = 160$ (2)

(2) માંથી (1) બાદ કરતાં, $2n = 40$. આથી, $n = 20$

(2) માં $n = 20$ મૂકતાં,

$20\overline{x} + 100 = 160$

$\therefore \quad \overline{x} = 3$ **જવાબ : (B)**

(56) જો $a, 2a, 3a, ..., 50a$ નું મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન 50 હોય, તો $a =$ ...... $(a > 0)$ [AIEEE : 2011]

(A) 2 (B) 5 (C) 4 (D) 3

ઉકેલ : અહીં અવલોકનોની સંખ્યા 50 છે.

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= \dfrac{25\text{મું અવલોકન} + 26\text{મું અવલોકન}}{2} = \dfrac{25a+26a}{2} = (25.5)a$

મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન $\delta M = \dfrac{\sum_{i=1}^{50} |x_i - M|}{50}$

$50 = \frac{1}{50}[(24.5)a + (23.5)a + (0.5)a + (0.5)a + ... + (23.5)a + (24.5)a]$

$= \frac{1}{50}[2(0.5)a + 2(1.5)a + 2(2.5)a + 2(24.5)a]$

$= \frac{a}{25}[0.5 + 1.5 + ... + 24.5]$

$= \frac{a}{25} \times \frac{25}{2}[0.5 + 24.5]$

$\therefore \quad a = 4$ **જવાબ : (C)**

(57) $x_1, x_2, ..., x_n$ આ n અવલોકનોનો મધ્યક અને વિચરણ અનુક્રમે 10 અને 0 છે. જો $\sum x_i^2 = 1600$ હોય, તો n = ...

(A) 16 (B) 20 (C) 25 (D) 80

ઉકેલ : અહીં $\frac{\sum x_i}{n} = \bar{x} = 10$ અને $s^2 = 0$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$$

$$0 = \frac{1600}{n} - 100$$

$\therefore \ n = 16$ **જવાબ : (A)**

(58) જો કોઈ અસતત ચલ $x + 4, x - \frac{7}{2}, x - \frac{5}{2}, x - 3, x - 2, x + \frac{1}{2}, x - \frac{1}{2}, x + 5 \ (x > 0)$ કિંમતો ધારણ કરે છે, તો તેનો મધ્યસ્થ ...... છે.

(A) $x + \frac{5}{4}$ (B) $x - 2$ (C) $x - \frac{1}{2}$ (D) $x - \frac{5}{4}$

ઉકેલ : અવલોકનોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં,

$x - \frac{7}{2}, x - 3, x - \frac{5}{2}, x - 2, x - \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2}, x + 4, x + 5$ મળે.

અહીં, $n = 8$.

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= \dfrac{\text{4થું અવલોકન} + \text{5મું અવલોકન}}{2}$

$$= \frac{x - 2 + x - \frac{1}{2}}{2}$$

$\therefore$ મધ્યસ્થ $= x - \frac{5}{4}$ **જવાબ : (D)**

(59) $a, a + d, a + 2d, ..., a + 2nd$ નો મધ્યક ...... છે.

(A) $a + (2n - 1)d$ (B) $a + (n + 1)d$ (C) $a + nd$ (D) $a + (n - 1)d$

ઉકેલ : અહીં પદોની સંખ્યા $= 2n + 1$

$$\sum x_i = a + (a + d) + ... + a + 2nd$$

$$= \frac{2n+1}{2}[2a + (2n + 1 - 1)d]$$

$$= (2n + 1)\ [a + nd]$$

$$\therefore \ \bar{x} = \frac{\sum x_i}{2n+1} = \frac{(2n+1)\ (a+nd)}{(2n+1)}$$

$\therefore \ \bar{x} = a + nd$ **જવાબ : (C)**

(60) જો સંખ્યાઓ $27 + x, 31 + x, 89 + x, 107 + x, 156 + x$ નો મધ્યક 82 હોય, તો $130 + x, 126 + x, 68 + x, 50 + x$ અને $1 + x$ નો મધ્યક ...... છે.

(A) 75 (B) 80 (C) 157 (D) 79

ઉકેલ : $\bar{x} = \dfrac{27 + x + 31 + x + 89 + x + 107 + x + 156 + x}{5}$

$\therefore \ 410 = 410 + 5x$

$\therefore \ x = 0$

હવે $\bar{x}$ = મધ્યક $= \dfrac{130 + 126 + 68 + 50 + 1}{5} = \dfrac{375}{5} = 75$ **જવાબ : (A)**

(61) 50 સંખ્યાઓનો મધ્યક 38 છે. જો બે સંખ્યાઓ 55 અને 45 ભૂલથી લેવાઈ ગયેલ છે, તો આ સંખ્યાઓ દૂર કરતાં મળતો નવો મધ્યક ...... છે.

(A) 38.5 (B) 37.5 (C) 36.5 (D) 38

ઉકેલ : $\sum x_i = n\overline{x} = 50 \times 38 = 1900$

સાચો $\sum x_i = 1900 - (55 + 45) = 1900 - 100 = 1800$

સાચો $\overline{x} = \frac{\text{સાચો} \sum x_i}{48} = \frac{1800}{48} = 37.5$ **જવાબ : (B)**

(62) 35 વિદ્યાર્થીઓના વર્ગના વિદ્યાર્થીઓનું સરેરાશ વજન 40 કિગ્રા છે. જો શિક્ષકનું વજન ઉમેરવામાં આવે, તો વિદ્યાર્થીઓના વજનનો મધ્યક $\frac{1}{2}$ કિગ્રા વધે છે, તો શિક્ષકનું વજન ...... કિગ્રા છે.

(A) 40.5 (B) 50 (C) 41 (D) 58

ઉકેલ : હવે $\sum x_i = n\overline{x} = 35 \times 40 = 1400$

ધારો કે શિક્ષકનું વજન w કિગ્રા છે.

$\therefore$ નવો મધ્યક $= \overline{x} + \frac{1}{2} = \frac{\sum x_i + w}{36}$

$\therefore \; 40 + \frac{1}{2} = \frac{1400 + w}{36}$

$18(80 + 1) = 1400 + w$

$1458 - 1400 = w$

$\therefore$ શિક્ષકનું વજન $w = 58$ કિલોગ્રામ **જવાબ : (D)**

(63) એક જૂથ A માં 100 અવલોકનો અનુક્રમે 151, 152, ..., 250 અને બીજા જૂથ B માં 100 અવલોકનો અનુક્રમે 101, 102, ..., 200 છે. જો જૂથ A અને જૂથ B નાં વિચરણ અનુક્રમે V_A અને V_B હોય, તો $3V_A : 4V_B$ = ...

(A) 1 : 1 (B) 4 : 3 (C) 3 : 4 (D) 1 : 4

ઉકેલ : જૂથ A ના અવલોકનમાંથી 50 બાદ કરતાં જૂથ B નાં અવલોકનોની શ્રેણી મળે છે.

$\therefore \; V_A = V_B = m$

$\frac{3V_A}{4V_B} = \frac{3m}{4m} = \frac{3}{4}$ **જવાબ : (C)**

(64) એક શાળાના 10 વિદ્યાર્થીઓના ગુણનો મધ્યક $\overline{x} = 70$ છે તથા $\sum(x_i - \overline{x})^2 = 78$, તો પ્રમાણિત વિચલન = ...

(A) 2.97 (B) 3.97 (C) 2.91 (D) 2.79

ઉકેલ : અહીં $n = 10$ તથા $\sum(x_i - \overline{x})^2 = 78$

પ્રમાણિત વિચલન $= \sqrt{\frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{78}{10}} = \sqrt{7{\cdot}8} = 2.79$ **જવાબ : (D)**

(65) અવલોકનો 3, 4, 5, 8 નું વિચરણ = ...

(A) 4.5 (B) 6.5 (C) 3.5 (D) 3.00

ઉકેલ : $\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+4+5+8}{4} = 5$

$\sum x_i^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 8^2 = 9 + 16 + 25 + 64 = 114$

$\therefore \; s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \overline{x}^2 = \frac{114}{4} - 25 = \frac{14}{4} = 3.5$ **જવાબ : (C)**

(66) બે અવલોકનોનું પ્રમાણિત વિચલન 3.5 છે. એક અવલોકન 3 હોય, તો બીજું અવલોકન ...... છે

(A) 9 (B) 10 (C) 7 (D) 3

ઉકેલ : ધારો કે બીજું અવલોકન a છે.

$$\bar{x} = \frac{a+3}{2}$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{2} - \bar{x}^2$$

$$\therefore \quad (3.5)^2 = \frac{a^2+9}{2} - \frac{(a+3)^2}{4}$$

$\therefore \quad 49 = 2a^2 + 18 - a^2 - 6a - 9$

$\therefore \quad 49 = a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2$

$a - 3 = 7$ અથવા $a - 3 = -7 \Rightarrow a = -4$ જે આપેલ વિકલ્પો પ્રમાણે શક્ય નથી.

$\therefore \quad a = 10$ **જવાબ : (B)**

બીજી રીત :

$$s^2 = \frac{(x_1 - x_2)^2}{4}$$

$\therefore \quad 4 \times (3.5)^2 = (a-3)^2$

$\therefore \quad (a-3)^2 = 49$

$\therefore \quad a - 3 = \pm 7$

$\therefore \quad a - 3 = 7 \Rightarrow a = 10$ **જવાબ : (B)**

(67) 2, 4, 6, ..., 100 અવલોકનોનું વિચરણ ...... છે. [JEE : 2014]

(A) $\frac{833}{4}$ (B) 833 (C) 437 (D) $\frac{437}{4}$

ઉકેલ : 2, 4, 6, ..., 100 અવલોકનોની સંખ્યા $n = 50$

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+\ldots+100}{50} = 51$$

$$\text{વિચરણ} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{2^2+4^2+6^2+\ldots+100^2}{50} - (51)^2$$

$$= \frac{\sum\limits_{i=1}^{50} 4i^2}{50} - 2601$$

$$= \frac{4 \times 50 \times 51 \times 101}{6 \times 50} - 2601 = 3434 - 2601 = 833$$ **જવાબ : (B)**

બીજી રીત :

$$s^2 = \left(\frac{n^2-1}{12}\right)d^2 = \left[\frac{2500-1}{12}\right] \times 4 = \frac{2499}{3} = 833$$ **જવાબ : (B)**

(68) નીચેની માહિતી માટે મધ્યક અને વિચરણ શોધો :

x_i	4	8	12	16	20	24
f_i	6	14	4	8	11	7

(A) 16, 44.96 (B) 16, 48 (C) 14, 44.96 (D) 14, 45

ઉકેલ :

x_i	f_i	$d_i = \frac{x_i - A}{c}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
4	6	–3	–18	54
8	14	–2	–28	56
12	04	–1	–4	4
A = 16	08	0	00	0
20	11	1	11	11
24	07	2	14	28
	$\sum f_i = 50$		$\sum f_i d_i = -25$	$\sum f_i d_i^2 = 153$

ધારો કે A = 16, $d_i = \frac{x_i - A}{c}$, $c = 4$

$$\therefore \quad \bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{n} \times c = 16 + \frac{-25}{50} \times 4 = 14$$

$$s^2 = \left[\frac{\sum f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n}\right)^2\right] \times c^2$$

$$= \left[\frac{153}{50} - \left(\frac{-25}{50}\right)^2\right] \times 16 = [3.06 - 0.25] \times 16$$

$\therefore \quad s^2 = 2.81 \times 16 = 44.96$

મધ્યક $\bar{x}$ = 14 અને વિચરણ = 44.96 **જવાબ : (C)**

(69) જો $6x_i + 3$ નું વિચરણ 30 હોય, તો x_i નું પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) $\sqrt{30}$ (B) 30 (C) $\sqrt{\frac{5}{6}}$ (D) $\frac{5}{\sqrt{6}}$

ઉકેલ : $6x_i + 3$ નું પ્રમાણિત વિચલન = $\sqrt{30}$

$\therefore$ $6x_i$ નું પ્રમાણિત વિચલન = $\sqrt{30}$

$\therefore$ x_i નું પ્રમાણિત વિચલન= $\frac{1}{6}\sqrt{30} = \sqrt{\frac{30}{36}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$ **જવાબ : (C)**

(70) $\frac{x}{8}, \frac{x}{4}, \frac{x}{2}, x, \frac{x}{16}$ જ્યાં $x > 0$ નો મધ્યસ્થ 8 છે, તો મધ્યક ......

(A) 12.2 (B) 12.3 (C) 12.4 (D) 12.1

ઉકેલ : આપેલ અવલોકનોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં, $\frac{x}{16}, \frac{x}{8}, \frac{x}{4}, \frac{x}{2}, x$ નો

મધ્યસ્થ = $\frac{5+1}{2}$ મું અવલોકન = 3 જું અવલોકન = $\frac{x}{4}$

$\therefore \quad \frac{x}{4} = 8$. આથી $x = 32$

હવે 2, 4, 8, 16, 32 એ આપેલાં અવલોકનો છે.

$\therefore$ મધ્યક $= \frac{2+4+8+16+32}{5} = \frac{62}{5} = 12.4$ **જવાબ : (C)**

(71) અવલોકનો 60, 45, 25, 40, 70 નું વિચરણ ...... છે.

(A) 246 (B) 15.81 (C) 250 (D) 15.68

ઉકેલ : $\overline{x} = \frac{60+45+25+40+70}{5} = \frac{240}{5} = 48$

$\sum(x_i - \overline{x})^2 = 144 + 9 + 529 + 64 + 484 = 1230$

વિચરણ $= \frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{5} = \frac{1230}{5} = 246$ **જવાબ : (A)**

(72) જો $n = 48$, $\sum f_i x_i = 432$ અને $\sum f_i x_i^2 = 4012$, તો તે માહિતીનો મધ્યક ...... અને પ્રમાણિત વિચલન ...... છે.

(A) 9, 1.60 (B) 9.5, 1.06 (C) 9.5, 1.6 (D) 9.7, 2.58

ઉકેલ : $\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{432}{48} = 9$

$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{4012}{48} - 81} = \sqrt{83.58 - 81} = \sqrt{2.58} \approx 1.6$ **જવાબ : (A)**

(73) સમાંતર શ્રેણી $a, a + d, a + 2d, ..., a + 2nd$ નું સરેરાશ વિચલન ...... છે. $(d > 0)$

(A) $\frac{n(n-1)d}{2n+1}$ (B) $\frac{n(n+1)d}{2n}$ (C) $\frac{n(n+1)d}{2n+1}$ (D) $n(n + 1)d$

ઉકેલ : $\overline{x} = \frac{1}{2n+1}\left[\frac{2n+1}{2}(a + a + 2nd)\right] = a + nd$

સરેરાશ વિચલન $= \frac{1}{2n+1}\sum_{i=0}^{2n} |a + id - (a + nd)|$

$= \frac{d}{2n+1}\sum_{i=0}^{2n} |i - n|$

$= \frac{d}{2n+1}\ [n + n - 1 + n - 2 + ... + 1 + 1 + 2 + ... + n]$

$= \frac{d}{2n+1}\ [2(1 + 2 + 3 + ... + n)]$

$= \frac{d}{2n+1} \times \frac{2n(n+1)}{2}$

સરેરાશ વિચલન $= \frac{n(n+1)d}{2n+1}$ **જવાબ : (C)**

(74) 21 અવલોકનોનો મધ્યસ્થ 15 છે. જો બે અવલોકનો 12 અને 20 ઉમેરવામાં આવે, તો માહિતીનો મધ્યસ્થ ......

(A) 12 (B) 15 (C) 20 (D) 16

ઉકેલ : 21 અવલોકનોનો મધ્યસ્થ 15 છે.

| 10 અવલોકન | | 15 | | 10 અવલોકન |

12 એ 15 કરતાં નાનું છે અને 20 એ 15 કરતાં મોટું છે.

હવે અવલોકનોની સંખ્યા 23 થશે.

| 11 અવલોકન | | 15 | | 11 અવલોકન |

કુલ અવલોકન 23 થાય.

મધ્યસ્થ = $\frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

= 12 મું અવલોકન

એટલે કે મધ્યસ્થ એ 12મું અવલોકન 15 થશે. **જવાબ : (B)**

(75) જો L = 42.5, n = 50, F = 15, f = 5 અને c = 20 તો માહિતીનો મધ્યસ્થ ...... થાય.

(A) 52.5 (B) 62.5 (C) 72.5 (D) 82.5

ઉકેલ : $M = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \times c$

$= 42.5 + \frac{\frac{50}{2} - 15}{5} \times 20$

= 42.5 + 40 = 82.5

∴ મધ્યસ્થ 82.5 થાય. **જવાબ : (D)**

(76) એક બેટ્સમૅને 5 ઈનિંગમાં કરેલા રન 46, 34, 42, 38, 44 છે, તો મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન ...... થાય.

(A) 3.6 (B) 4.2 (C) 8.4 (D) 1.8

ઉકેલ : સૌ પ્રથમ અવલોકનોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં

x_i	$\lvert x_i - M \rvert$
34	8
38	4
42	0
44	2
46	4
	$\sum \lvert x_i - M \rvert = 18$

અહીં અવલોકનની સંખ્યા = 5

મધ્યસ્થ = $\frac{5+1}{2}$ મું અવલોકન = 3 જું અવલોકન = 42

∴ સરેરાશ વિચલન = $\frac{\sum \lvert x_i - M \rvert}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$ **જવાબ : (A)**

(77) નીચેની માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન ...... થાય :

x_i	18	19	20	21	22
f_i	3	7	11	14	15

(A) 1.21 (B) 1.25 (C) 1.3 (D) 0.95

ઉકેલ :

x_i	f_i	$d_i = x_i - A$	f_id_i	$f_id_i^2$
18	3	–2	–6	12
19	7	–1	–7	7
A = 20	11	0	0	0
21	14	1	14	14
22	15	2	30	60
	$\sum f_i = 50$		$\sum f_id_i = 31$	$\sum f_id_i^2 = 93$

ધારો કે A = 20

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_id_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_id_i}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{93}{50} - \left(\frac{31}{50}\right)^2} = \sqrt{1 \cdot 86 - 0.3844} = \sqrt{1 \cdot 4756} \approx 1.21$$

જવાબ : (A)

(78) એક સમૂહનાં અવલોકનોના તેમના મધ્યકથી લીધેલા વિચલનોના વર્ગોનો સરવાળો 521 છે. જો સમૂહનું વિચરણ 52.1 હોય, તો અવલોકનોની સંખ્યા ...... છે.

(A) 10 (B) 100 (C) 101 (D) 11

ઉકેલ : $s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n}$

$\therefore\ 52.1 = \dfrac{521}{n}$

$\therefore\ n = \dfrac{521}{52 \cdot 1}$

$\therefore\ n = 10$

જવાબ : (A)

(79) જો 9 પદોનો મધ્યક 15 છે. જો એક પદ ઉમેરવામાં આવે તો નવો મધ્યક 16 થાય તો ઉમેરેલું પદ ...... છે.

(A) 25 (B) 37 (C) 40 (D) 15

ઉકેલ : $\sum_{i=1}^{9} x_i = n\overline{x} = 9 \times 15 = 135$

ધારો કે $\sum_{i=1}^{10} x_i = 135 + a$

નવો $\overline{x} = \dfrac{\text{નવો} \sum_{i=1}^{10} x_i}{10}$

$\therefore\ 16 = \dfrac{135 + a}{10}$

$\therefore\ 160 - 135 = a$

$\therefore\ a = 25$

જવાબ : (A)

(80) નીચેના આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક 8.3 છે, તો k = ...

x_i	4	6	7	k	12	14
f_i	5	6	8	10	2	9

(A) 10 (B) 12 (C) 7 (D) 13

ઉકેલ :

x_i	f_i	$f_i x_i$
4	5	20
6	6	36
7	8	56
k	10	$10k$
12	2	24
14	9	126
	40	$\sum f_i x_i = 262 + 10k$

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$\therefore\ 8.3 = \frac{262 + 10k}{40}$

$\therefore\ 332 = 262 + 10k$

$\therefore\ 70 = 10k$

$\therefore\ k = 7$ જવાબ : **(C)**

(81) 5 વિદ્યાર્થીઓએ 400 મીટરની દોડમાં લીધેલો સમય સેકન્ડમાં 80, 86, 69, 74, 91 છે, તો માહિતીનો ચલનાંક ...... છે.

(A) 0.125 (B) 0.099 (C) 0.091 (D) 1.02

ઉકેલ :

x_i	$(x_i - \overline{x})^2$
80	0
86	36
69	121
74	36
91	121
$\sum x_i = 400$	$\sum (x_i - \overline{x})^2 = 314$

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{400}{5} = 80$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{314}{5}} = \sqrt{62.8} = 7.925.$$

આથી, $V = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{7.925}{80} \approx 0.099$ જવાબ : **(B)**

(82) એક આવૃત્તિ-વિતરણનાં મધ્યક અને મધ્યસ્થ અનુક્રમે 20 અને 21 છે, તો બહુલકની અંદાજિત કિંમત ...... છે.

(A) 24 (B) 24.5 (C) 23 (D) 23.5

ઉકેલ : બહુલક = 3(મધ્યસ્થ) – 2(મધ્યક) = 3(21) – 2(20) = 63 – 40 = 23 જવાબ : **(C)**

(83) નીચેની આવૃત્તિ-વિતરણ માટે મધ્યસ્થથી સરેરાશ વિચલન શોધો :

વર્ગ	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
આવૃત્તિ	6	7	8	5	4

(A) 20 (B) 22.5 (C) 24 (D) 20.5

ઉકેલ :

વર્ગ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ
00 – 10	6	6
10 – 20	7	13 = F
20 – 30	8 = f	21
30 – 40	5	26
40 – 50	4	30

$\frac{n}{2}$ = 15 મું અવલોકન 20 – 30 માં હોય.

મધ્યસ્થ વર્ગ 20 - 30 થાય. L = 20, f = 8, F = 13

$$\therefore\ M = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \times c = 20 + \frac{15 - 13}{8} \times 10$$

$= 20 + 2.5 = 22.5$ જવાબ : **(B)**

(84) 10 અવલોકનની માહિતીનો મધ્યક અને વિચરણ શોધવામાં વિદ્યાર્થીએ એક અવલોકન ભૂલથી 25 ને બદલે 52 લે છે. મધ્યક 45 અને વિચરણ 16 મળે છે, તો સાચો મધ્યક અને સાચું વિચરણ શોધો.

(A) 42, 43 (B) 41, 45 (C) 42.3, 43.81 (D) 43.3, 42.81

ઉકેલ : $\overline{x} = 45,\ s^2 = 16$

સાચો $\sum x_i = n\overline{x}$ – (ખોટું અવલોકન) + સાચું અવલોકન

$= 10 \times 45 - 52 + 25 = 450 - 27 = 423$

સાચો $\overline{x} = \dfrac{\text{સાચો} \sum x_i}{n} = \dfrac{423}{10} = 42.3$

નોંધ : અહીંથી જ જવાબ (C) નક્કી થઈ જાય છે.

સાચો $\sum x_i^2 = n(s^2 + \overline{x}^2)$ – (ખોટું અવલોકન)^2 + (સાચું અવલોકન)^2

$= 10(16 + 2025) - (52)^2 + (25)^2 = 20410 - 2704 + 625 = 18331$

સાચો $s^2 = \dfrac{1}{n}$સાચો $\sum x_i^2$ – (સાચો $\overline{x}$)^2

$= \dfrac{18331}{10} - (42.3)^2 = 1833.1 - 1789.29 = 43.81$ **જવાબ : (C)**

(85) 1, 2, 3, ..., $2n + 1$ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનું વિચરણ ...... છે.

(A) $\dfrac{n(n-1)}{2}$ (B) $\dfrac{n(n+1)}{3}$ (C) $\dfrac{n(n-1)(2n+1)}{3}$ (D) $\dfrac{n(n+1)}{2}$

ઉકેલ : આપેલ શ્રેણી 1, 2, 3, ..., $2n + 1$ માટે,

$s^2 = \dfrac{(2n+1)^2 - 1}{12} = \dfrac{4n^2 + 4n}{12} = \dfrac{n(n+1)}{3}$ **જવાબ : (B)**

- **નિષ્કર્ષ અને કારક પ્રકારના પ્રશ્નો :**

આ પ્રકારના પ્રશ્નોમાં બે વિધાન હોય છે :

વિધાન : I - નિષ્કર્ષ વિધાન : II - કારક વિધાન

આ પ્રકારના પ્રશ્નોના ચાર વિકલ્પો નીચે પ્રમાણે હોય છે :

(A) વિધાન I અને વિધાન II બંને સત્ય છે અને વિધાન II એ વિધાન I ની યોગ્ય સમજૂતી માટે પર્યાપ્ત છે.

(B) વિધાન I અને વિધાન II બંને સત્ય છે અને વિધાન II એ વિધાન I ની યોગ્ય સમજૂતી માટે પર્યાપ્ત નથી.

(C) વિધાન I સત્ય છે અને વિધાન II અસત્ય છે.

(D) વિધાન I અસત્ય છે અને વિધાન II સત્ય છે.

(86) ધારો કે $\overline{x}$, Z અને s^2 એ અનુક્રમે n અવલોકનો $x_1, x_2, ..., x_n$ ના મધ્યક, બહુલક અને વિચરણ છે તથા $d_i = -x_i + a$ જ્યાં $i = 1, 2, 3, ..., n$ તથા $a \in$ R છે.

વિધાન-I : $d_1, d_2, ..., d_n$ નું વિચરણ s^2 છે.

વિધાન-II : $d_1, d_2, ..., d_n$ નાં મધ્યક અને બહુલક અનુક્રમે $-\overline{x} + a$ અને $-Z + a$ છે.

ઉકેલ : n અવલોકનો $x_1, x_2, ..., x_n$ દરેકને –1 વડે ગુણી, દરેક અવલોકનમાં a ઉમેરતાં મળતા નવાં અવલોકનો $d_1, d_2, ..., d_n$ મળે.

નવો મધ્યક $= (-1)\overline{x} + a = -\overline{x} + a$

નવો બહુલક $= (-1)Z + a = -Z + a$

∴ વિધાન II સત્ય છે.

તે જ રીતે વિચરણ $= (-1)^2 s^2 = s^2$

વિધાન I અને વિધાન II સત્ય છે, પરંતુ વિધાન II એ વિધાન I ની યોગ્ય સમજૂતી માટે પર્યાપ્ત નથી.

જવાબ : (B)

(87) **વિધાન I :** શ્રેણી 1, 3, 9, 27, ..., 3^n નો સમાંતર મધ્યક $\frac{3^{n+1}-1}{2(n+1)}$

વિધાન II: વધતી સમગુણોત્તર શ્રેણીનાં n પદોનો સરવાળો $a\left(\frac{r^n-1}{r-1}\right)$ છે $(r \neq 1)$.

ઉકેલ : વિધાન I આપેલ શ્રેણી 1, 3, 9, 27, ..., 3^n માટે

સમાંતર મધ્યક $= \frac{1+3+3^2+...+3^n}{n+1} = \frac{3^{n+1}-1}{2(n+1)}$

વિધાન I સત્ય છે.

$a, ar, ar^2, ..., ar^{n-1}$ વધતી સમગુણોત્તર શ્રેણી છે. $r > 1$

$s_n = a + ar + ar^2 + ... + ar^{n-1}$

$s_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ $(r \neq 1)$

વિધાન II સત્ય છે.

વિધાન II એ વિધાન I ની સમજ માટે પર્યાપ્ત છે. **જવાબ : (A)**

(88) ધારો કે n અવલોકનો $x_1, x_2, ..., x_n$ નો મધ્યક $\overline{x}$ અને વિચરણ s^2 છે. [AIEEE : 2012]

વિધાન-I : $2x_1, 2x_2, ..., 2x_n$ નું વિચરણ $4s^2$ છે.

વિધાન-II : $2x_1, 2x_2, ..., 2x_n$ નો મધ્યક $4\overline{x}$ છે.

ઉકેલ : $2x_1, 2x_2, ..., 2x_n$ નું વિચરણ $= 2^2 \times s^2 = 4s^2$

$\therefore$ વિધાન I સત્ય છે.

$2x_1, 2x_2, ..., 2x_n$ નો મધ્યક

$= 2[x_1, x_2, ..., x_n$ નો મધ્યક$]$

$= 2\overline{x}$

વિધાન II અસત્ય છે. **જવાબ : (C)**

(89) **વિધાન I** : એક વર્ગમાં 80 છોકરાઓના સરેરાશ ગુણ 50 છે અને 20 છોકરીઓના સરેરાશ ગુણ 40 છે. બંનેના ભેગા (સાથે) સરેરાશ ગુણ 48 છે.

વિધાન II : આપેલ બે માહિતીમાં અવલોકનોની સંખ્યા અનુક્રમે n_1 અને n_2 છે તથા તેમના મધ્યક અનુક્રમે $\overline{x}_1$ અને $\overline{x}_2$ છે, તો બંને માહિતીનો મિશ્ર મધ્યક $\overline{x}$ છે.

જ્યાં, $\overline{x} = \frac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

ઉકેલ : $n_1 = 80$, $\overline{x}_1 = 50$, $n_2 = 20$, $\overline{x}_2 = 40$

$\overline{x} = \frac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

$= \frac{80\times50+20\times40}{100} = \frac{4000+800}{100} = 48$

વિધાન I સત્ય છે.

હવે આપેલ બે માહિતી માટે

પ્રથમ માહિતીમાં અવલોકનોની સંખ્યા n_1 અને મધ્યક $\overline{x}_1$

બીજી માહિતીમાં અવલોકનોની સંખ્યા n_2 અને મધ્યક $\overline{x}_2$

$\therefore$ મિશ્ર સમૂહનો મધ્યક $\overline{x} = \frac{n_1\overline{x} + n_2\overline{x}_2}{n_1+n_2}$

વિધાન II સત્ય છે.

વિધાન I ની સાચી સમજૂતી માટે વિધાન II પર્યાપ્ત છે. **જવાબ : (A)**

(90) **વિધાન I :** પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો $\frac{n(n+1)}{2}$ અને પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોનો સરવાળો $\frac{n}{6}(n + 1)(2n + 1)$ છે.

વિધાન II : પ્રથમ n અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનું વિચરણ $\frac{1}{3}(n^2 - 1)$ છે.

ઉકેલ : વિધાન II : 1, 3, 5, 7, ..., $2n - 1$ માટે,

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + ... + 2n - 1}{n} = \frac{n^2}{n} = n$$

$$\frac{1}{n}\sum x_i^2 = \frac{1}{n}[1^2 + 3^2 + 5^2 + ... + (2n - 1)^2]$$

$$= \frac{1}{n}\sum(2n-1)^2$$

$$= \frac{1}{n}\sum(4n^2 - 4n + 1)$$

$$= \frac{1}{n}\left[\frac{4}{6}n(n+1)(2n+1) - \frac{4}{2}n(n+1) + n\right]$$

$$= \frac{1}{3}[2(2n^2 + 3n + 1) - 6(n + 1) + 3]$$

$$= \frac{1}{3}[4n^2 + 6n + 2 - 6n - 6 + 3]$$

$$= \frac{1}{3}[4n^2 - 1]$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{1}{3}(4n^2 - 1) - n^2 = \frac{1}{3}(n^2 - 1)$$

વિધાન II સત્ય છે.

$\therefore$ વિધાન I સત્ય છે અને વિધાન II સત્ય છે. વિધાન II એ વિધાન I ની સાચી સમજૂતી માટે પર્યાપ્ત છે.

જવાબ : (A)

(91) **વિધાન - I :** પ્રથમ n યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનું વિચરણ $\frac{n^2 - 1}{4}$ છે.

વિધાન - II : પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો $\frac{n(n+1)}{2}$ અને પ્રથમ n પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગોનો સરવાળો $\frac{n}{6}(n + 1)(2n + 1)$ છે. [AIEEE : 2009]

ઉકેલ : 2, 4, 6, 8, ..., $2n$ આપેલ છે.

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + ... + 2n}{n} = \frac{2\sum n}{n} = n + 1$$

$$\sum x_i^2 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 4n^2$$

$$= 4[1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2]$$

$$= \frac{4}{6}n(n+ 1)(2n + 1)$$

વિચરણ = $\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$

$= \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3n} - (n+1)^2$

$= \frac{n+1}{3}\ [2(2n + 1) - 3(n + 1)]$

$= \frac{n+1}{3}\ [4n + 2 - 3n - 3]$

$= \frac{1}{3}(n^2 - 1)$

વિધાન I અસત્ય છે.

વિધાન II માટે $\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$; $\sum n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ છે જ. વિધાન II સત્ય છે.

∴ વિધાન I અસત્ય છે. વિધાન II સત્ય છે. **જવાબ : (D)**

જોડકાં જોડવાના પ્રશ્નો :

(92) નીચેના સ્તંભ I માં આપેલ માહિતીને અનુરૂપ સ્તંભ II સાથે યોગ્ય પસંદગી કરી જોડો :

	સ્તંભ I	સ્તંભ II
(1)	1, 2, 3, ..., 10 નો મધ્યક	(P) 2
(2)	11, 12, 13, ..., 20 નો મધ્યસ્થ	(Q) $\frac{33}{4}$
(3)	1, 2, 3, 4, ..., 10 નું વિચરણ	(R) 15.5
(4)	2, 3, 5, 2, 6, 5, 3, 2, 8, 6, 2, 5 નો બહુલક	(S) 5.5

(A) 1 – S, 2 – R, 3 – Q, 4 – P (B) 1 – S, 2 – Q, 3 – R, 4 – P

(C) 1 – S, 2 – P, 3 – Q, 4 – R (D) 1 – R, 2 – S, 3 – Q, 4 – P

ઉકેલ : (1) $\bar{x} = \frac{1+2+3+...+10}{10} = \frac{\frac{10}{2}(11)}{10} = \frac{11}{2} = 5.5$ (1) – S

(2) મધ્યસ્થ માટે અવલોકનની સંખ્યા n = 10 યુગ્મ છે.

અવલોકનો ચઢતા ક્રમમાં આપેલા છે.

મધ્યસ્થ = $\frac{5\text{મું અવલોકન} + 6\text{ઠ્ઠું અવલોકન}}{2}$

$= \frac{15+16}{2} = 15.5$ (2) – R

અહીં જવાબ (A) નક્કી થઈ ગયો છે.

(3) $s^2 = \frac{n^2-1}{12}$

કુલ અવલોકન n = 10 હોવાથી, $s^2 = \frac{(10)^2-1}{12} = \frac{99}{12} = \frac{33}{4}$ (3) – Q

(4) અવલોકન 2 આપેલ અવર્ગીકૃત માહિતીમાં સૌથી વધુ આવૃત્તિ ધરાવે છે.

∴ બહુલક = 2 (4) – P

જવાબ : (A)

ટૂંકી રીત :

(2) સામેના બધા જ વિકલ્પ જુદા છે.

∴ માત્ર (2) ની ગણતરી લેતાં (2) → R મળે છે. આથી, જવાબ વિકલ્પ (A) છે. **જવાબ : (A)**

(93) સ્તંભ A ની માહિતીને સ્તંભ B ની માહિતી સાથે યોગ્ય રીતે જોડો.

	સ્તંભ A		સ્તંભ B
(1)	2, 6, 10, 14, 18 નો મધ્યક	(*a*)	$\sqrt{10}$
(2)	2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 નો મધ્યસ્થ	(*b*)	5
(3)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 નો બહુલક	(*c*)	14
(4)	1, 2, 3, ..., 10, 11 નું પ્રમાણિત વિચલન	(*d*)	10

(A) (1) → (*d*) (2) → (*b*) (3) → (*c*) (4) → (*a*)

(B) (1) → (*d*) (2) → (*c*) (3) → (*b*) (4) → (*a*)

(C) (1) → (*d*) (2) → (*a*) (3) → (*c*) (4) → (*b*)

(D) (1) → (*c*) (2) → (*b*) (3) → (*c*) (4) → (*d*)

ઉકેલ : (1) 2, 6, 10, 14, 18 નો મધ્યક

મધ્યક = $\frac{\frac{5}{2}[2+18]}{5} = \frac{5(20)}{2 \times 5} = 10$ (1) → (*d*)

(2) 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 ચઢતા ક્રમમાં આપેલા 7 અવલોકનો છે.

મધ્યસ્થ = $\frac{7+1}{2}$ મું અવલોકન = 4 થું અવલોકન = 14 (2) → (*c*)

નોંધ : (1) → (*d*), (2) → (*c*) સાથે જ જવાબ (B) નક્કી થઈ જાય

(3) 1, 2, 3, ..., 9 નો મધ્યક 5 અને મધ્યસ્થ 5 થાય.

$Z = 3M - 2\bar{x} = 5$ (3) → (*b*)

(4) 1, 2, 3, ..., 10, 11

n અવલોકનોનું પ્રમાણિત વિચલન = $\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

અહીં 11 અવલોકનો છે.

પ્રમાણિત વિચલન $\sqrt{\frac{(11)^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{120}{12}} = \sqrt{10}$ (4) → (*a*)

જવાબ : (1) → (*d*); (2) → (*c*); (3) → (*b*); (4) → (*a*) **જવાબ : (B)**

●