AJ-1107

B.A./B.Sc. (Part–I) Term End Examination, 2021-22

MATHEMATICS (Paper-II)

Time : 3 hours] **[Maximum Marks : 50**

नोट- *किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Note : *Attempt any five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.*

इकाई-I / Unit–I

1. (a) निम्नलिखित फलन के सांतत्य की जाँच $x = 0$ पर कीजिए–

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , \text{ जब } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ जब } x = 0 \end{cases}$$

Test for continuity of the following function at $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , \text{ when } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ when } x = 0 \end{cases}$$

(b) सिद्ध कीजिए प्रत्येक अवकलनीय फलन संतत होता है।
Prove that every differential function is continuous.

2. (a) यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ तो सिद्ध कीजिए कि–
If $y = (\sin^{-1} x)^2$, then prove that :

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x\, y_{n+1} - x^2 y_n = 0$$

(b) टेलर के प्रमेय से $\log_e \sin x$ का $(x - 2)$ के घातों में प्रसार कीजिए।
Expand $\log_e \sin x$ in power of $(x - 2)$ by Taylor's theorem.

इकाई-II / Unit–II

3. (a) निम्नलिखित वक्र के अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए–
Find the asymptotes of the following curve :
$x^3 - x^2 y - xy^2 + y^3 + 2x^2 - 4y^2 + 2xy + x + y - 1 = 0$

(b) वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का अनुरेखण कीजिए।
Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

4. (a) परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
Find the radius of curvature at the point (x, y) of parabola $y^2 = 4ax$.

(b) वक्र $x^2 y = a^2 (x - y)$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।
Find the point of inflexion at curve $x^2 y = a^2 (x - y)$.

इकाई-III / Unit–III

5. (a) सिद्ध कीजिए– (Prove that)

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x}\, dx = \frac{1}{2} \pi (\pi - 2)$$

[P.T.O.]

(b) एस्ट्राइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the complete area of Astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

6. (a) हृदयाभ $r = a(1 + \cos\theta)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the complete length of cardioid $r = a(1 + \cos\theta)$.

(b) वक्र $y^2(a + x) = x^2(a - x)$ के लूप को x-अक्ष के परितः परिभ्रमण से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of loop of solid generated by revolving the curve $y^2(a + x) = x^2(a - x)$ about x axis.

इकाई-IV / Unit–IV

7. (a) हल कीजिए– (Solve)

$$y(1 + xy)dx + x(1 - xy)dy = 0$$

(b) हल कीजिए– (Solve)

$$x\frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$$

8. (a) हल कीजिए– (Solve)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$$

(b) हल कीजिए– (Solve)

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 7x\frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

इकाई-V / Unit–V

9. (a) हल कीजिए– (Solve)

$$(3 - x)\frac{d^2y}{dx^2} - (9 - 4x)\frac{dy}{dx} + (6 - 3x)y = 0$$

(b) प्राचल विचरण से हल कीजिए–

$$(D^2 + 1)y = \text{cosec } x$$

Solve by the variation of parameters :

$$(D^2 + 1)y = \text{cosec } x$$

10.(a) हल कीजिए– (Solve)

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0$$

(b) हल कीजिए– (Solve)

$$\frac{dx}{z(x + y)} = \frac{dy}{z(x - y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$$