

मॉडल - (03)

विषय - गणित, कक्षा- 12वी

समय : 3 घंटे

पूर्णांक: 100

निर्देश-

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।
3. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। खंड-(अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड-(ब) में 10 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
4. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।
5. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।
6. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
7. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
8. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

प्रश्न क्रमांक (1) (खण्ड-अ)

सही विकल्प चुनकर लिखिए :-

- (i) यदि $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ तथा $A = \{1,2,3,5,7,9\}$ है तो A' का मान होगा -
(अ) $\{1,3,5,7,9\}$ (ब) $\{2,4,6,8,10\}$ (स) $\{4,5,6,7,9\}$ (द) $\{4,6,8,10\}$

- (ii) 10^0 का रेडियन में मान होगा -

(अ) $\frac{\pi}{8}$ (ब) $\frac{\pi}{18}$ (स) $\frac{\pi}{38}$ (द) $\frac{\pi}{48}$

- (iii) $\frac{{}^4P_3}{{}^3P_2}$ का मान होगा-

- (अ) 2 (ब) 3 (स) 4 (द) 5
- (iv) $(x + a)^n$ के प्रसार में 27 पद हो तो n का मान होगा—
 (अ) 26 (ब) 27 (स) 28 (द) 25
- (v) सरल रेखा $3x - 4y + 10 = 0$ की प्रवणता है —
 (अ) $\frac{-3}{4}$ (ब) $\frac{-4}{3}$ (स) $\frac{4}{3}$ (द) $\frac{3}{4}$
- (vi) यदि n पासों को एक साथ फेंका जाये तो प्रतिदर्श समष्टि की संख्या होगी—
 (अ) 6^{n-1} (ब) n (स) $6n$ (द) 6^n
- (vii) $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान है —
 (अ) $\frac{1}{2}$ (ब) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (स) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (द) 1
- (viii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ के I. F. का मान होगा ।
 (अ) $\frac{1}{x}$ (ब) x^2 (स) x (द) $\frac{1}{x^2}$
- (ix) यदि $\cos \alpha, \cos \beta$ तथा $\cos \gamma$ एक रेखा की दिक् कोज्याएं (Direction Cosines) है तो $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$ का मान होगा—
 (अ) 0 (ब) 1 (स) -1 (द) 2
- (x) बिंदु $P(x, y, z)$ की y - अक्ष से लंबवत् दूरी होगी ।
 (अ) $\sqrt{x^2 + y^2}$ (ब) $\sqrt{y^2 + z^2}$ (स) $\sqrt{z^2 + x^2}$ (द) y

खण्ड (ब)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

- (i) यदि $A = \frac{\pi}{4}$ है तो $2\sin A \cdot \cos A$ का मान..... होगा ।
- (ii) श्रेणी $\frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ का सर्वानुपात होगा ।
- (iii) यदि ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$ है तो r का मान..... होगा ।
- (iv) दो रेखाएं परस्पर लंबवत् होगी यदि $m_1 \cdot m_2$ होगा ।

(v) यदि दो घटनाएं परस्पर अपवर्जी हो तो $P(A \cup B)$ का मान होगा।

(vi) यदि $f(x) = \sqrt{x}$ है तो $f \circ f(4)$ का मान होगा।

(vii) $\tan^{-1}2 - \tan^{-1}1$ का मान होगा।

(viii) यदि $y = \log(\sin x)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ का मान..... होगा।

(ix) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ का मान होगा।

(x) यदि $\vec{A} = 4i + 2j + 3k$ है तो $|\vec{A}|$ का मान..... होगा।

प्रश्न 2. सम्मिश्र संख्या (Complex number) $z = 3 - 4i$ का गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. ${}^{10}C_2 + {}^{10}C_3$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. बिन्दु $(-1,2)$ से सरल रेखा $3x + 4y - 6 = 0$ पर डाले गए लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(2,1)$ से होकर जाती है तथा जिसकी प्रवणता $\frac{2}{3}$ है।

प्रश्न 6. यदि आव्यूह समीकरण (Matrix Equation)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ है, तो } x \text{ तथा } y \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

प्रश्न 7. एक त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $A(5,4)$, $B(-2,4)$ तथा $C(2,-6)$ है।

प्रश्न 8 यदि l, w तथा w^2 ईकाई के सम्मिश्र घनमूल है, तो $\begin{vmatrix} 1 & w & w^2 \\ w & w^2 & 1 \\ w^2 & 1 & w \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि $f(x) = x^2 + 3$ और $g(x) = x - 2$ है तो $g \circ f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि –

$$2\tan^{-1}\frac{1}{4} = \cos^{-1}\left(\frac{15}{17}\right)$$

प्रश्न 11. मान ज्ञात कीजिए

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)$$

प्रश्न 12. यदि $\vec{A} = i - j + k$ तथा $\vec{B} = 2i - 4j - 3k$ है, तो $|\vec{A} + \vec{B}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. निम्नलिखित कथनों का निषेधन लिखिए—

1. 3 तथा 5 का योग 8 है।
2. $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 14. यदि $A+B = \frac{\pi}{4}$ है तो सिद्ध कीजिए कि $(1+\tan A)(1+\tan B) = 2$

प्रश्न 15. ताश की एक गड्डी में से दो पत्ते निकालें जाते हैं दोनों पत्ते इक्के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16 सिद्ध कीजिए कि –

$$\begin{vmatrix} x+3 & x & x \\ x & x+3 & x \\ x & x & x+3 \end{vmatrix} = 27(x+1)$$

प्रश्न 17. यदि $\vec{A} = 2i - j + k$ तथा $\vec{B} = 3i + 4j - k$ है तो $|\vec{A} \times \vec{B}|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 18. फलन $Z = 3x + 4y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए, निम्न प्रतिबंधों के अंतर्गत –

$$x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 40 \text{ तथा } x + 2y \leq 60$$

प्रश्न 19. सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

प्रश्न 20. समीकरण $2\cos^2\theta + 3\sin\theta = 0$ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी त्रिभुज ABC में, सिद्ध कीजिए कि $\left(\frac{b+c}{a}\right)\sin\frac{A}{2} = \cos\left(\frac{B-c}{2}\right)$

प्रश्न 21. यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी के अनंत पदों का योगफल 15 तथा उनके वर्गों का योगफल 45 है तो श्रेणी का प्रथम पद तथा सर्वानुपात ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि किसी समान्तर श्रेणी का 5वां पद $\frac{1}{3}$ तथा तीसरा पद $\frac{1}{5}$ है तो श्रेणी का 15वां पद ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं A(4,-2) तथा B(-3, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2 : 3 में अंतः विभाजित करता है।

अथवा

अतिपरवलय $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ की उत्केन्द्रता, नाभिलंब जीवा की लंबाई तथा अक्षों की लंबाईयां ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 23 दो रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$ और $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए

अथवा

यदि $\vec{A} = i + 2j + 3k$ तथा $\vec{B} = 3i - 2j + k$ के लंबवत् मात्रक सदिश का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 24 निम्न सारणी का माध्य से माध्य विचलन ज्ञात कीजिए –

वर्ग	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
आवृत्ति	5	8	15	16	6

अथवा

निम्न सारणी से मानक विचलन (प्रमाप विचलन) ज्ञात कीजिए।

वर्ग	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
आवृत्ति	18	22	40	18	32	8	2

प्रश्न 25. यदि $y = \sqrt{\log x^2 + \sqrt{\log x^2 + \sqrt{\log x^2 + \dots}}}$

है तो सिद्ध कीजिए कि, $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x(2y-1)}$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\cot x + \sqrt{\tan x}}} dx = \frac{\pi}{4}$$

प्रश्न 26. यदि ${}^n P_6 = 30 {}^n P_4$ है तो n का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ के प्रसार में स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27 सिद्ध कीजिए –

$$A = \begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात

कीजिए।