Total Pages : 8

KN-238

B.Sc. (Part-III) Examination, 2022

(New Course)

MATHEMATICS

(Discrete Mathematics)

[Paper : Third (Optional)]

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Passing Marks : 17

Note : **All** questions are **compulsory**. Answer **any two** parts from each question / unit. **All** questions carry **equal** marks.

सभी प्रश्न **अनिवार्य** है। प्रत्येक प्रश्न/इकाई से **किन्हीं दो** भागों को हल कीजिए। **सभी** प्रश्नों के अंक **समान** है।

UNIT-I / इकाई-I

1. (a) Prove by method of Mathematical Induction that :

$1+2+2^2+2^3+.....+2^n=2^{n+1}-1$

for all non-negative integers n.

गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि :

$1+2+2^2+2^3+.....+2^n=2^{n+1}-1$

सभी ऋणेत्तर पूर्णांक n के लिए।

(b) Define language and explain all types of grammars.

भाषा को परिभाणित कीजिए तथा व्याकरणों के सभी प्रकारों की व्याख्या कीजिए।

(c) Define mutually exclusive events, If E is an event and $\bar{E}$ its complementary event then show that :

$$P(E)+P(\bar{E}) = 1$$

परस्पर अपवर्जी घटनाओं को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि कोई घटना E तथा इसकी पूरक घटना $\bar{E}$ है तो :

$$P(E)+P(\bar{E}) = 1$$

UNIT-II / इकाई-II

2. (a) Explain the Pigeonhole principle with an example.

कपोत कोष्ठ सिद्धान्त (पिजन होल सिद्धान्त) को उदाहरण देकर समझाइए।

(b) If a graph G=(V, E) is defined by :

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4),$$

$$(v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$$

$$|V| = 5, \quad |E| = 7$$

then find the adjacency matrix and incidence matrix of the graph G.

एक ग्राफ G=(V, E) दिया हुआ है जिसमें :

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$,

$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4),$

$(v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$

$|V| = 5, \quad |E| = 7$

उपर्युक्त ग्राफ की आसन्नता आव्यूह एवं आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

(c) Prove that : A tree with n vertices has (n-1) edges.

सिद्ध कीजिए : n शीर्षों सहित एक ट्री (n-1) कोरें रखता है।

UNIT-III / इकाई-III

3. (a) Write "Algorithm of Bubble Sort" with an example.

"बबल सॉर्ट ऐल्गोरिथ्म" को उदाहरण सहित लिखिए।

(b) Using generating functions, evaluate the sum of the series.

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + r^2$

जनक फलन की सहायता से निम्नलिखित श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए :

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + r^2$

(c) For numeric functions a and b find

$$c = a * b,$$

where : $a_r = 3^r \quad r \geq 0$
$b_r = 2^r \quad r \geq 0$

and write the value of c_r.

संख्यात्मक फलनों a और b के लिए $c = a * b$ ज्ञात कीजिए,

जहाँ $a_r = 3^r \quad r \geq 0$
$b_r = 2^r \quad r \geq 0$

तथा c_r का मान लिखिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

4. (a) Solve the following difference equation :

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$$

निम्नलिखित अंतर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$$

(b) Solve by the method of generating functions the recurrence relation :

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

with the boundary conditions

$a_0 = 2$ and $a_1 = 1$

जनक फलन विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - 2a_{r-1} + a_{r-2} = \frac{1}{4}2^r, r \geq 2$$

दिये गये परिसीमा प्रतिबंध हैं

$a_0 = 2$ और $a_1 = 1$

(c) Show that the set of fourth roots of unity is an abelian group with respect to multiplicaiton.

सिद्ध कीजिए कि गुणन संक्रिया के सापेक्ष इकाई के समस्त चतुर्थ मूलों का समुच्चय एक परिमित आबेली समूह है।

UNIT-V / इकाई-V

5. (a) Show that both the join and meet operations are associative.

दर्शाइए कि सम्मिलन एवं अवसंधि दोनों संक्रियाएँ साहचर्य होती हैं।

(b) Establish equivalence of the following statements with the help of truth table :

(i) $p \Leftrightarrow q$

(ii) $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

(iii) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

सत्यता सारणी की सहायता से सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन तुल्य है :

(i) $p \Leftrightarrow q$

(ii) $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

(iii) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

(c) Draw the logic circuit for each of the following expressions :

(i) $x \cdot y + z \cdot y'$

(ii) $(x + y) \cdot (x' + y' + z') \cdot (y' \cdot z')$

निम्नलिखित फलनों का तार्किक परिपथ खीचिए :

(i) $x \cdot y + z \cdot y'$

(ii) $(x + y) \cdot (x' + y' + z') \cdot (y' \cdot z')$

----x----