

Total No. of Questions-15

Total No. of Printed Pages-8

Regd. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course)—I

Paper I

(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note :—Answer *all* questions from Section A and *three* questions from Section B.

SECTION A

10×3=30

Note :—(i) Answer ALL questions.

(ii) Each question carries THREE marks.

1. If $\sqrt{15 - x\sqrt{14}} = \sqrt{8} - \sqrt{7}$, then find the value of x .
2. Find the positive square root of $16 + 2\sqrt{55}$.
3. Find the value of :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^3-8} \right)$$

4. If $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{100}$, then find $f'(1)$.
5. Find the equation of locus of a point which is equidistant from the points A(-3, 2) and B(0, 4).
6. When the origin is shifted to (2, 3) by the translation of the axes, find the coordinates of (-4, 3) with respect to the new axes.
7. Show that the points A = (3, -2, 4), B = (1, 1, 1) and C = (-1, 4, -2) are collinear.
8. If $\sin \theta = 4/5$ and θ does not belong to first quadrant, find $\cos \theta$.

9. Show that :

$$\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = \cot 36^\circ.$$

10. If $A \in \mathbb{R}$, then show that :

$$\sin A \sin \left(\frac{\pi}{3} + A \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - A \right) = \frac{1}{4} \sin 3A.$$

SECTION B

3×15=45

Note :—(i) Answer ANY THREE questions.

(ii) Each question carries FIFTEEN marks.

11. (i) (a) Find the cube root of $10 + 6\sqrt{3}$.

(b) Prove that :

$$\frac{1}{\sqrt{12 - \sqrt{140}}} - \frac{1}{\sqrt{8 - \sqrt{60}}} - \frac{2}{\sqrt{10 + \sqrt{84}}} = 0.$$

Or

(ii) (a) By using the principle of Mathematical induction, show that :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

(b) By using the principle of Mathematical induction, show that :

$$2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3) = \frac{n(5n - 1)}{2}.$$

12. (i) (a) Show that :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & \text{if } x \neq 0 \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

where a and b are real constants, is continuous at '0'.

(b) Find the derivative of $\cos ax$ from the first principle.

Or

- (ii) (a) Find the derivative of $\cos^{-1}(4x^3 - 3x)$.
- (b) Find the angle between the curves $y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 5$.
13. (i) (a) Find the orthocentre of the triangle with $(-2, -1)$, $(6, -1)$ and $(2, 5)$ as vertices.
- (b) Find the area of the triangle formed by the straight lines $2x - y - 5 = 0$, $x - 5y + 11 = 0$ and $x + y - 1 = 0$.

Or

- (ii) (a) Show that the two pairs of lines $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 0$ and $3x^2 + 8xy - 3y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ form a square.
- (b) Find the angle between the lines joining the origin to the points of intersection of the curve $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 5 = 0$ and the line $3x - y + 1 = 0$.
14. (i) (a) If A, B, C are angles in a triangle, then prove that :
- $$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin A/2 \sin B/2 \cos C/2.$$
- (b) Prove that :

$$\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Or

- (ii) (a) If $0 < \theta < \pi$, solve $\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta = \frac{1}{4}$.
- (b) If $a : b : c = 7 : 8 : 9$, find $\cos A : \cos B : \cos C$.
15. (i) (a) If $x = 7 + 4\sqrt{3}$, $y = 7 - 4\sqrt{3}$, then find the value of $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$.

(b) If

$$u = \sin^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right),$$

show that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u.$$

Or

(ii) (a) Find the direction cosines of two lines which are connected by the relations :

$$l - 5m + 3n = 0 \text{ and}$$

$$7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0.$$

(b) Two trees A and B are on the same side of a river, from a point C in the river the distances of the trees A and B are 250 m and 300 m respectively. If the angle C is 45° , find the distance between the trees. $(\sqrt{2} = 1.414)$

6004 (Old)

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

సూచనలు:— Section A నుండి అన్నింటికి మరియు Section B నుండి ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

SECTION A

10×3=30

సూచనలు:—(i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

1. $\sqrt{15 - x\sqrt{14}} = \sqrt{8} - \sqrt{7}$ అయిన x విలువ కనుగొనుము.
2. $16 + 2\sqrt{55}$ నకు ధన వర్గ మూలము కనుగొనుము.
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^3-8} \right)$ విలువ కనుగొనుము.
4. $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{100}$ అయిన $f'(1)$ విలువ కనుగొనుము.
5. A(-3, 2) మరియు B(0, 4) బిందువులకు సమాన దూరంలో ఉండు బిందువు బిందు పథము కనుగొనుము.
6. అక్షాల సమాంతర పరివర్తన ద్వారా మూల బిందువు (2, 3) కు మారింది. అయిన (-4, 3) బిందువుకు కొత్త అక్షాల దృష్ట్యా నిరూపకాలు కనుగొనుము.
7. A = (3, -2, 4), B = (1, 1, 1) మరియు C = (-1, 4, -2) బిందువులు సరేఖీయాలు అని చూపుము.
8. $\sin \theta = 4/5$ మరియు θ మొదటి పాదంలో లేని కోణము అయిన $\cos \theta$ విలువ కనుగొనుము.

9. $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = \cot 36^\circ$ అని చూపుము.

10. $A \in \mathbb{R}$ అయిన

$$\sin A \sin \left(\frac{\pi}{3} + A \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - A \right) = \frac{1}{4} \sin 3A$$
 అని చూపుము.

SECTION B

3×15=45

సూచనలు:—(i) ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. (i) (a) $10 + 6\sqrt{3}$ యొక్క ఘన మూలను కనుగొనుము.

$$(b) \frac{1}{\sqrt{12 - \sqrt{140}}} - \frac{1}{\sqrt{8 - \sqrt{60}}} - \frac{2}{\sqrt{10 + \sqrt{84}}} = 0$$

లేదా

(ii) (a) గణితాను గమన పద్ధతి ఉపయోగించి ప్రతి $n \in \mathbb{N}$ కు

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$
 అని చూపుము.

(b) గణితాను గమన పద్ధతి ఉపయోగించి ప్రతి $n \in \mathbb{N}$ కు :

$$2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3) = \frac{n(5n - 1)}{2}$$
 అని నిరూపించండి.

12. (i) (a) a, b లు వాస్తవ స్థిరాంకాలు అయితే

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & x \neq 0 \text{ అయితే} \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & x = 0 \text{ అయితే} \end{cases}$$

'0' వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

(b) $\cos ax$ అవకలజాన్ని మూల సూత్రము నుండి కనుగొనుము.

లేదా

(ii) (a) $\cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ యొక్క అవకలజాన్ని కనుగొనుము.

(b) $y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 5$ అను వక్రముల మధ్య కోణాన్ని కనుక్కోండి.

13. (i) (a) $(-2, -1)$, $(6, -1)$ మరియు $(2, 5)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క లంక కేంద్రాన్ని కనుగొనుము.

(b) $2x - y - 5 = 0$, $x - 5y + 11 = 0$ and $x + y - 1 = 0$ అను సరళ రేఖలచే ఏర్పడు త్రిభుజ వైశాల్యం కనుగొనుము.

లేదా

(ii) (a) $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 0$, $3x^2 + 8xy - 3y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ అనే రేఖా యుగ్మాలతో ఒక చతురస్రం ఏర్పడుతుందని నిరూపించండి.

(b) $3x - y + 1 = 0$ అనే రేఖ $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y - 5 = 0$ అనే వక్రాన్ని ఖండించే బిందువులను మూల బిందువుకు కలిపితే వచ్చే రేఖల మధ్య కోణాన్ని కనుక్కోండి.

14. (i) (a) A, B, C లు త్రిభుజంలోని కోణాలయితే :

$\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin A/2 \sin B/2 \cos C/2$ అని చూపుము.

(b) $\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{16}{65}\right) = \frac{\pi}{2}$ అని రుజువు చేయుము.

లేదా

(ii) (a) $0 < \theta < \pi$ అయిన $\cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta = \frac{1}{4}$ ను సాధించుము.

(b) $a : b : c = 7 : 8 : 9$ అయిన $\cos A : \cos B : \cos C$ విలువ కనుగొనుము.

15. (i) (a) $x = 7 + 4\sqrt{3}$, $y = 7 - 4\sqrt{3}$ అయిన $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$ విలువ కనుగొనుము.

(b) $u = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$,

అయిన :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u \text{ అని చూపుము.}$$

శేష

(ii) (a) $l - 5m + 3n = 0$ మరియు $7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$ సమీకరణాలను తృప్తిపరిచేటట్లుగా, రెండు సరళరేఖల దిక్కుకొనైన్స్ కనుక్కోండి.

(b) ఒక నదికి ఒకే వైపున A, B అనే రెండు చెట్లు ఉన్నాయి. నదిలో C అనే బిందువు నుండి A, B లు వరుసగా 250 మీ., 300 మీ దూరంలో ఉన్నాయి. C వద్ద కోణం 45° అయితే ఆ చెట్ల మధ్య దూరాన్ని కనుక్కోండి.

$$(\sqrt{2} = 1.414)$$