

AJ-1145 - M.E.CV-19
B.Sc. (Part-II)
Term End Examination, 2021-22
MATHEMATICS (Paper-II)
(Defferential Equations)

Time : Three hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Answer all five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I / Unit-I

1. (a) निम्नलिखित समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए—

Solve the following equation in series:

$$\frac{xd^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0.$$

(b) सिद्ध कीजिए—

Prove that:
$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$$

अथवा/OR

(a) सिद्ध कीजिए—

Prove that:
$$\frac{d}{dx} (J_n^2 + J_{n+1}^2) = 2 \left(\frac{n}{x} J_n^2 - \frac{n+1}{x} J_{n+1}^2 \right)$$

(b) निम्नलिखित स्टर्म-ल्यूविल समस्या के समीकरण आइगेन मानों एवं आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए।

Find all the Eigen values and Eigen functions of the following Sturm Liouville problem.

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + dy = 0, y'(1) = 0 = y'(e^{2n})$$

इकाई-II / Unit-II

2.(a) लाप्लास रूपांतरण को परिभाषित कर द्वितीय स्थानांतरण प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

Define Laplace transform and state and prove second shifting theorem.

(b) ज्ञात कीजिए—

Find: (i) $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+4)^{3/2}} \right\}$ (ii) $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+1)(p^2+2)} \right\}$

अथवा/OR

(a) कन्वोल्यूशन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए—

State and prove Convolution theorem.

(b) हल कीजिए—

Solve it: $(D+1)^2 y = t$ if $y(0) = -3$ & $y(1) = -1$

[P.T.O.]

इकाई-III/Unit- III

- 3.(a) सम्बन्ध $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ से स्वेच्छ अचर a, b, c का विलोपन कीजिए।

Form a partial differential equation by eliminating arbitrary constants a, b, c, from the algebraic equation.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

- (b) हल कीजिए— Solve: $x^2p + y^2q = z^2$.

अथवा/OR

- (a) हल कीजिए— Solve it: $z = p^2 + q^2$

- (b) चारपिट विधि से हल कीजिए

Solve by Charpit's method: $(p^2 + q^2)y = qz$

इकाई-IV/ Unit- IV

- 4.(a) हल कीजिए (Solve) : $r - a^2t = x^2$

- (b) हल कीजिए (Solve) : $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$.

अथवा/OR

- (a) मोन्जे विधि से हल कीजिए—

Solve by Monge's method : $2r + te^x - (rt - s^2) = 2e^x$

- (b) हल कीजिए (Solve) : $(D^2 - DD^1 + D^1 - 1)z = x^2y$.

इकाई-V/ Unit- V

- 5.(a) फलनक $I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2)dx$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ का चरम मान परीक्षण कीजिए।

Test for extremum the functional $I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2)dx$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

- (b) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.

अथवा/OR

- (a) फलनक $I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{(1 + y'^2)^{1/2}}{x} dx$ का चरम मान ज्ञात कीजिए।

Find the extremum of the functional $I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{(1 + y'^2)^{1/2}}{x} dx$

- (b) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए—

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.