

# मॉडल प्रश्न-पत्र-III

कक्षा – बारहवीं

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

- निर्देश— 1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्न क्रमांक 1 में दो खंड हैं। इसमें चार खण्ड हैं। खण्ड (अ) में 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा खण्ड (ब) में 10 प्रश्न रिक्त स्थानों की पूर्ति हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।
  3. प्रश्न क्रमांक 2 से 13 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 12 है। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित है।
  4. प्रश्न क्रमांक 14 से 19 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित है।
  5. प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित है।
  6. प्रश्न क्रमांक 24 और 25 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 02 है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है।
  7. प्रश्न क्रमांक 26 और 27 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर आंतरिक विकल्प दी गई है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित है।
  8. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

प्रश्न 1. खण्ड (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए—

- (i) यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  और  $B = \{3, 4, 5\}$  हो तो  $A \cup B$  का मान होगा—  
(अ)  $\{1, 2, 4, 5\}$  (ब)  $\{3, 4, 5\}$   
(स)  $\{2, 3, 4, 5\}$  (द)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- (ii) यदि फलन  $f(x) = 3x + 4$  हो तो  $f(-3)$  का मान होगा—  
(अ) 10 (ब) 13  
(स) -5 (द) -7
- (iii) द्विघात समीकरण  $x^2 + 9x + 10 = 0$  का विविक्तकर है—  
(अ) 121 (ब) 50  
(स) 40 (द) 41
- (iv) वृत्त  $2x^2 + 2y^2 + 10x - 6y - 1 = 0$  की त्रिज्या होगी—  
(अ) 3 (ब) 4  
(स) 5 (द) 6
- (v) दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर कम से कम एक शीर्ष आने की प्रायिकता होगी—  
(अ)  $\frac{1}{4}$  (ब)  $\frac{3}{4}$   
(स)  $\frac{4}{3}$  (द) इनमें से कोई नहीं

(vi) यदि  $f(x) = x^2$  तथा  $g(x) = x + 1$  हो तो  $(f + g)x$  का मान होगा—

(अ)  $x^2 + x + 1$

(ब)  $x^2 - x - 1$

(स)  $x^3 + 1$

(द) इनमें से कोई नहीं

(vii)  $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  का मान होगा—

(अ)  $2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(ब)  $\pi/4$

(स)  $\pi/2$

(द)  $\pi/6$

(viii)  $\int (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) dx -$

(अ)  $\frac{\pi}{2} + c$

(ब)  $\frac{\pi}{2}x + c$

(स)  $(\cos^{-1} x - \sin^{-1} x) + c$

(द) 0

(ix) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$  का समकलन गुणांक है—

(अ)  $x^2$

(ब)  $x$

(स)  $\log x$

(द)  $\log\left(\frac{1}{x}\right)$

(x) यदि किसी रेखा के दिक् कोज्याएँ  $l, m, n$  हैं तो  $l^2 + m^2 + n^2$  का मान होगा—

(अ)  $l + m + n$

(ब)  $lmn$

(स) 1

(द) 0

**खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—**

(i)  $\tan 135^\circ$  का मान ..... होगा।

(ii) श्रेणी  $1 + \sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + \dots$  का सर्वानुपात ..... होगा।

(iii)  $i^3 + \frac{1}{i^3}$  का मान ..... होगा।

(iv) यदि  $n_{c_{12}} = n_{c_{18}}$  हो तो  $n$  का मान ..... होगा।

(v) यदि  $m_1 m_2 = -1$  है तो रेखाएँ परस्पर ..... होंगी।

(vi) निम्न आंकड़े 60, 63, 44, 33, 61, 48 तथा 51 की माध्यिका ..... होगी।

(vii)  $\sin^{-1}(3x - 4x^3)$  का मान ..... होगा।

(viii) यदि  $y = \sin\sqrt{x}$  हो तो  $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$  होगा।

(ix) दो सदिश  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  के लम्ब होने का प्रतिबंध  $\dots\dots\dots$  होगा।

(x) दो समतल  $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$  और  $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$  के समान्तर होने का प्रतिबंध  $\dots\dots\dots$  होगा।

प्रश्न 2.  $i^{-98}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. असमिका  $3x+4x \leq 12$  का आलेख खींचिए।

प्रश्न 4. उस रेखा समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(2, -1)$  से होकर जाती है तथा जिसकी प्रवणता  $\frac{2}{3}$  है।

प्रश्न 5. दो बिन्दुओं  $A(-3, 4)$  तथा  $B(1, -3)$  से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6. यदि  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$  हो तो  $BA$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7.  $\begin{vmatrix} x^3 & x^2+x+1 \\ x-1 & 1 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8.  $\begin{vmatrix} 1 & \omega^2 & \omega^3 \\ \omega^3 & \omega & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि  $f(x) = \sqrt{x+1}$  और  $g(x) = x^2+2$  हो तो  $f \circ g$  तथा  $g \circ f$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि—

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$$

प्रश्न 11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. बिन्दु  $(3, 2, -4)$  से समतल  $2x+3y-6z+6=0$  पर डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. रैखिक प्रोग्रामन से संबंधित मुख्य पद कितने हैं लिखिए।

प्रश्न 14. यदि  $A$  तथा  $B$  दो ऐसे समुच्चय हैं कि  $n(A) = 21$ ,  $n(B) = 32$  तथा  $n(A \cup B) = 42$  है तो  $n(A \cap B)$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. एक थैले में 5 सफेद, 7 काली तथा 4 लाल गेंदें हैं। यदि थैले में से 2 गेंद निकाली जाती है तो दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16.  $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17. सिद्ध कीजिए कि—

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{77}{85}\right)$$

प्रश्न 18. यदि सदिश  $\vec{a} = 2i - j + k$ ,  $\vec{b} = i + 2j - 3k$  तथा  $\vec{c} = 3i + pj + 5k$  समतलीय है तो  $p$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 19. असमीकरण निकाय को ग्राफ द्वारा हल कीजिए—

$$3x + 2y \leq 12, x + 3y \leq 11, x \geq 0 \text{ तथा } y \geq 0$$

प्रश्न 20. किसी  $\triangle ABC$  में सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{\sin 9\theta + \sin 7\theta}{\cos 9\theta + \cos 7\theta} = \tan 8\theta$$

प्रश्न 21. यदि  $a$  तथा  $b$  का गुणोत्तर मध्य  $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$  है तो  $n$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी समान्तर श्रेणी के  $n$  पदों का योग  $3n^2 + 4n$  है तो 10 वाँ पद का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. अतिपरवलय  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  की उत्केन्द्रता शीर्ष के निर्देशांक तथा नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

मूल बिन्दु  $(0, 0)$  से सरल रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  पर डाले गए लम्ब की लम्बाई  $p$  हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

प्रश्न 23. दो रेखाओं  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1}$  तथा  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{2}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(2, -1, 5)$  से होकर जाता है और समतलों  $x + 2y - z = 1$  तथा  $3x - 4y + z = 5$  पर लम्ब है।

प्रश्न 24. निम्न सारणी से मानक विचलन ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
आवृत्ति	7	10	16	9	8

अथवा

निम्न सारणी से, माधिका से माध्य-विचलन ज्ञात कीजिए—

वर्ग	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
आवृत्ति	6	7	14	16	7

प्रश्न 25. यदि  $x^y = e^{x-y}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$$

अथवा

अवकलस समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$  को हल कीजिए।

प्रश्न 26. गणितीय आगमन सिद्धांत से सिद्ध कीजिए कि  $n$  के सभी धन पूर्णांक मानों के लिए—

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n}{2} (3n - 1)$$

अथवा

यदि  ${}^n P_6 = 20 \times {}^n P_4$  हो तो  $n$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. यदि आव्यूह  $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$  है तो  $A^{-1}$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि—

$$\begin{vmatrix} 1+a^2 & b^2 & c^2 \\ a^2 & 1+b^2 & c^2 \\ a^2 & b^2 & 1+c^2 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$$